**Terzo foglio di esercizi,** Prof. I. Birindelli. Matematica 1. 04/05

1. Nel piano euclideo siano dati i vettori $\vec{u} = (1, 2)$ e $\vec{v} = (2, 1)$. Sia $\vec{w}$ un vettore tale che $\vec{u}\cdot\vec{w} = \vec{v}\cdot\vec{w}$. Determinare l'equazione della retta $r$ passante per il punto $(1, 0)$ e parallela al vettore $\vec{w}$.

2. Determinare $a \in \mathbb{R}$ tale che i tre vettori $\vec{u} = (1, a, 3)$, $\vec{v} = (-1, 1, a)$ e $\vec{w} = (1, 2, 1)$ siano linearmente dipendenti.

3. Disegnare e determinare l'equazione del piano di giacitura $\vec{u} = (1, 1, 1)$ e $\vec{v} = (0, -1, 2)$ passante per l'origine.
   Determinare tutti i piani aventi giacitura $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

4. Determinare l'equazione del piano ortogonale al vettore $\vec{w} = (1, -1, 0)$ passante per il punto $P = (0, 1, 2)$.

5. Sia $r$ la retta passante per i punti $P_o = (1, -1, 2)$ e $P_1 = (0, 1, 3)$. Disegnare $r$ e determinarne l'equazione cartesiana o parametrica.

6. Determinare delle equazioni parametriche o cartesiane della retta ortogonale al piano di equazione $2x + 3y - 4z = 0$ e passante per il punto $P_o = (1, 1, 3)$.

7. Trovare l'equazione cartesiana del piano passante per il punto di coordinate $(0, 1, 1)$ e contenente la retta di equazione
$$\begin{cases} x + y + z = -1 \\ -x + y = 2 \end{cases}$$

8. Determinare l'equazione del piano contenente i tre punti $P_o = (0, 0, 1)$, $P_1 = (1, 1, 0)$, $P_2 = (1, -1, 1)$.

9. Determinare l'equazione del piano $\Pi$ ortogonale al vettore $(0, 1, -1)$ e passante per $P_o = (1, 1, 1)$. Determinare inoltre una giacitura di $\Pi$

10. Determinare l'equazione del piano $\Pi$ passante per i punti $P_o = (0, 2, 3)$, $P_1 = (1, 0, 1)$ e tale che il vettore $\vec{w} = (2, -1, 1)$ sia uno dei vettori della giacitura di $\Pi$. Determinare inoltre un versore ortogonale a $\Pi$.

11. Date le equazioni della retta $r$:
$$\begin{cases} 2x + 3y - z = 1 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$
    i) Trovare un vettore direttore di $r$. ii)Dimotrare che $r$ è contenuta nel piano di equazione $3x + 4y = 1$

12. Sia $r$ la retta di equazione
$$\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x + 2y + z = 1 \end{cases}$$
    e sia $\pi$ il piano di equazione $x + ay + 2z = 1$. Determinare $a \in \mathbb{R}$ tale che $r \cap \pi = \emptyset$.