Terzo foglio di esercizi, Prof. I. Birindelli. Matematica 1. 02/03

0) Nel piano euclideo siano dati i vettori $\vec{u} = (1,2)$ e $\vec{v} = (2,1)$. Sia $\vec{w}$ un vettore tale che $\vec{u}\cdot\vec{w} = \vec{v}\cdot\vec{w}$. Determinare l'equazione della retta r passante per il punto $(1,0)$ e parallela al vettore $\vec{w}$.

0,5) Siano i punti $A = (0,0,0)$, $B = (1,2,0)$, $C = (2,1,0)$ e $D = (-1,2,1)$. Disegnare il parallelepipedo costruito sui vettori $\vec{AB}$, $\vec{BC}$ e $\vec{AD}$. Determinarne il volume.

I) Siano $\vec{u} = (1,-1,2)$ e $\vec{v} = (2,0,1)$. Determinare tutti i vettori $\vec{w}$ ortogonali a $\vec{u}$ e a $\vec{v}$, di lunghezza 1.

II) Determinare $a \in \mathbb{R}$ tale che i tre vettori $\vec{u} = (1,a,3)$, $\vec{v} = (-1,1,a)$ e $\vec{w} = (1,2,1)$ siano linearmente dipendenti.

III) Siano $\vec{u} = (1,-1,2)$ e $\vec{v} = (2,0,1)$. Determinare il $\vec{w_1}$ parallelo a $\vec{v}$ e il vettore $\vec{w_2}$ ortogonale a $\vec{v}$ tali che $\vec{u} = \vec{w_1} + \vec{w_2}$.

IV) Determinare l'equazione del piano ortogonale al vettore $\vec{w} = (1,-1,0)$ passante per il punto $P = (0,1,2)$.

V) Disegnare e determinare l'equazione del piano di giacitura $\vec{u} = (1,1,1)$ e $\vec{v} = (0,-1,2)$ passante per l'origine.

Determinare tutti i piani aventi giacitura $\vec{u}$ e $\vec{v}$.

VI) Sia r la retta passante per i punti $P_o = (1,-1,2)$ e $P_1 = (0,1,3)$. Disegnare r e determinarne l'equazione cartesiana o parametrica.

VII) Determinare delle equazioni parametriche o cartesiane della retta ortogonale al piano di equazione $2x+3y-4z = 0$ e passante per il punto $P_o = (1,1,3)$.

VIII) Trovare l'equazione cartesiana del piano passante per il punto di coordinate $(0,1,1)$ e contenente la retta di equazione

$$\begin{cases} x+y+z = -1 \\ -x+y = 2 \end{cases}$$

IX) Determinare l'equazione del piano contenente i tre punti $P_o = (0,0,1)$, $P_1 = (1,1,0)$, $P_2 = (1,-1,1)$.

X) Determinare l'equazione del piano Π ortogonale al vettore $(0,1,-1)$ e passante per $P_o = (1,1,1)$. Determinare inoltre una giacitura di Π

XI) Sapendo che $\sin\frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ e ricordandosi che

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta = 2\sin\theta\sqrt{1-(\sin\theta)^2}.$$

Determinare $\sin\frac{\pi}{8}$. Usando la formula trovata determinare il raggio del cerchio circoscritto all'ottagono di lato a.

XII) Determinare l'equazione del piano Π passante per i punti $P_o = (0,2,3)$, $P_1 = (1,0,1)$ e tale che il vettore $\vec{w} = (2,-1,1)$ sia uno dei vettori della giacitura di Π. Determinare inoltre un versore ortogonale a Π.

XIII)Date le equazioni della retta r:

$$\begin{cases} 2x+3y-z = 1 \\ x+y+z = 0 \end{cases}$$

i) Trovare un vettore direttore di r. ii)Dimotrare che r è contenuta nel piano di equazione $3x+4y = 1$

XIV) Sia r la retta di equazione

$$\begin{cases} 2x+y-z = 0 \\ x+2y+z = 1 \end{cases}$$

e sia π il piano di equazione $x+ay+2z = 1$. Determinare $a \in \mathbb{R}$ tale che $r \cap \pi = \emptyset$.