Quarto foglio di esercizi, Prof. I. Birindelli. Matematica 1. 02/03

0) Determinare se i tre vettori $\vec{u} = (1, -1, 3)$, $\vec{v} = (3, 4, 1)$ e $\vec{w} = (-2, 2, 6)$ sono linearmente dipendenti. Se si determinare un vettore ortogonale a tutti e tre i vettori.

1) Sia r la retta di equazione

$$\begin{cases} 2x + y - z = 0 \\ x + 2y + z = 1 \end{cases}$$

e sia π il piano di equazione $x + ay + 2z = 1$. Determinare $a \in \mathbb{R}$ tale che $r \cap \pi = \emptyset$.

2) Determinare le posizioni relative delle due rette r e s rispettivamente di equazione

$$\begin{cases} 2x + 3y + z = 1 \\ x - y + z = 2 \end{cases}$$

e

$$\begin{cases} 3x + 2y + 2z = 3 \\ x + y - z = 1 \end{cases}$$

(In particolare dire se sono complanari o sghembe e nel primo case dire se sono parallele o incidenti)

3)Sia Π il piano di equazione $x + 2y + z = 1$, sia il punto $P_1 = (1, 1, 1) \notin \Pi$. Determinare il punto $P_o \in \Pi$ tale che $\vec{P_oP_1}$ sia ortogonale al piano Π.

4) Sia r la retta di vettore direttore $(1, -1, 0)$ e passante per il punto $P_o = (2, 3, 4)$. Sia P_1 il punto di coordinate $(1, 4, 3)$. Determinare la distanza di P_1 da r.

5) Sia π il piano di equazione $x + 3z = 1$ e $P_1 = (2, 1, -1) \notin \pi$. Determinare $d(P_1, \pi)$.

6)Sia $A = (1, 2, 1)$, sia $B = (1, 1, 0)$ e sia $C = (0, -1, 1)$.

i)Verificare che i tre punti non sono allineati.

ii)Sia π_1 il piano contenente A, B e C e sia π_2 il piano di equazione

$$\begin{cases} x = 1 + t + s \\ y = 3 + 2t + s \\ z = 1 - t - 2s \end{cases}$$

Dimostrare che i due piani sono paralleli.

iii)Calcolare la distanza tra π e π'.

7) Determinare la proiezione ortogonale del vettore $\vec{v} = (1, 2, -1)$ sul piano di equazione $2x + 3y + z = 1$.

8) Scrivere il vettore $\vec{w} = (1, 3, 3)$ come combinazione lineare di due vettori uno ortogonale al piano $x + y + 2z = 0$ e l'altro un vettore del piano.