Secondo foglio di Esercizi di Matematica, I. Birindelli

1. Sia $\vec{v}$ il vettore $\vec{v} = (3, a)$ con $a \in \mathbb{R}$. Determinare a affinchè $|\vec{v}| = 6$. Determinare l'angolo tra $\vec{v}$ e l'asse delle x.

2. Siano i vettori $\vec{u} = (1, -2)$ e $\vec{v} = (2, 3)$. Determinare l'angolo compreso tra i due vettori. Calcolare $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

3. Determinare $\vec{w}$ tale che $|\vec{w}| = 2$ e l'angolo tra w e l'asse delle x sia $2\pi/3$.

4. Sia $\vec{v_1} = (1, -1, 2)$, $\vec{v_2} = (0, 1, 1)$, $\vec{v_3} = (1, 2, 2)$. Determinare se $\vec{v_1}, \vec{v_2}, \vec{v_3}$ sono linearmente dipendenti.

5. Determinare a, b e c in modo tale che $\vec{u} = (a, 1, 2)$, $\vec{v} = (-1, b, -2)$ e $\vec{w} = (2, 1, c)$ siano a due a due ortogonali.

6. Dire se i vettori $\vec{u} = (-2, 1, 3)$, $\vec{v} = (3, 4, 1)$ e $\vec{w} = (5, 3, -2)$ sono linearmente dipendenti o indipendenti. Se sono dipendenti scriverne uno come combinazione lineare degli altri due.

7. Siano $\vec{u} = (1, 2, 3)$ $\vec{v} = (-3, 2, 1)$ e $\vec{w} = (1, 0, 1)$. Dimostrare che questi tre vettori sono linearmente indipendenti. Scrivere $\vec{n} = (-2, 1, 1)$ come combinazione lineare di questi tre vettori.

8. Siano $\vec{u} = (1, -1, 2)$ e $\vec{v} = (2, 0, 1)$. Determinare tutti i vettori $\vec{w}$ ortogonali a $\vec{u}$ e a $\vec{v}$, di lunghezza 1.

9. Determinare $a \in \mathbb{R}$ tale che i tre vettori $\vec{u} = (1, a, 3)$, $\vec{v} = (-1, 1, a)$ e $\vec{w} = (1, 2, 1)$ siano linearmente dipendenti.

10. Siano $\vec{u} = (1, -1, 2)$ e $\vec{v} = (2, 0, 1)$. Determinare il $\vec{w_1}$ parallelo a $\vec{v}$ e il vettore $\vec{w_2}$ ortogonale a $\vec{v}$ tali che $\vec{u} = \vec{w_1} + \vec{w_2}$.

11. Siano i punti $A = (0, 0, 0)$, $B = (1, 2, 0)$, $C = (2, 1, 0)$ e $D = (-1, 2, 1)$. Disegnare il parallelepipedo costruito sui vettori $\vec{AB}$, $\vec{BC}$ e $\vec{AD}$. Determinarne il volume.

12. Determinare l'area del quadrilatero i cui vertici sono i punti $A = (0, 0)$, $B = (0, 2)$, $C = (1, 3)$, $D = (2, 1)$.