

Nei primi 3 esercizi mettete solo una croce su vero V o falso F. In questo tipo di esercizi le non risposte verranno penalizzate leggermente, quelle errate verranno penalizzate maggiormente. Nelle domande aperte l'esercizio va svolto in modo completo, in particolare indicate nello svolgimento la parte di teoria che utilizzate.

Esercizio n. 1 – Il rapporto incrementale della funzione $f(x) = x^2 + x + 1$ nel punto $x_0 = 5$ è $\frac{31+h}{h}$

V F

Esercizio n. 2 – Il rapporto incrementale della funzione $f(x) = 1/x$ nel punto $x_0 = 1$ è $\frac{-1}{1+h}$

V F

Esercizio n. 3 – La derivata della funzione $(\sin x)^5$ è $5(\cos x)^4$

V F

Esercizio n. 4 – Se f è una funzione derivabile e tale che $f(x) = f(-x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ (cioè f è pari) allora f ha almeno un punto critico (cioè esiste almeno un punto x^* tale che $f'(x^*) = 0$)

V F

Esercizio n. 5 – Se f è una funzione derivabile e tale che $f(x) = -f(-x)$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ (cioè f è dispari) allora f non ha punti critici

V F

Esercizio n. 6 – Se f è una funzione periodica e derivabile su \mathbb{R} allora f ha infiniti punti critici

V F

Esercizio n. 7 – L'equazione $x^4 - 2x^2 + x - 1 = 0$ ha almeno una soluzione $x^* \in [0, 3]$

V F

V F

Domande aperte

ESERCIZIO 4 Sia $f(x) = \frac{\sin \sqrt{x} - \sin x}{x\sqrt{x-x}}$. Determinare l'insieme di definizione e studiare i limiti di f per $x \rightarrow 0$, per $\rightarrow 1$ e per $x \rightarrow +\infty$. **SVOLGIMENTO**

ESERCIZIO 5 Sia f una funzione definita e derivabile in tutto \mathbb{R} . Supponendo che f sia monotona non decrescente e che $f(x) > 0$ per ogni $x \in \mathbb{R}$ determinare condizioni ulteriori su f in modo da garantire che la funzione

$$g(x) = f(x) + \frac{1}{f^2(x)}$$

sia anch'essa monotona non decrescente.

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO 6 Calcolare i valori massimo e minimo della funzione $x^{1/3} - x + 1$ sull'intervallo $[-2, 1/8]$.

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO 7 Sia f la funzione definita in tutto \mathbb{R} nel modo seguente $f(x) = \arctan(x^2)$ in $[0, +\infty)$ e $f(x) = mx + q$ in $(-\infty, 0)$. dove m, q sono due parametri reali.

Per quali valori dei parametri f risulta continua in tutto \mathbb{R} ?

Per quali valori dei parametri f risulta derivabile in tutto \mathbb{R} ?

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO 8 Sia f la funzione definita in tutto \mathbb{R} nel modo seguente $f(x) = (x^2 + 3)e^{-2x}$. Determinare il sottoinsieme di \mathbb{R} dove f è crescente.

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO 9 Quale tra le seguenti funzioni è una primitiva di $f(x) = e^{1-2x}$?

(a) $-2e^{1-2x}$ (b) $e^{1-2x}/2$ (c) $\frac{-e}{2e^{2x}}$

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO 10 Quale tra le seguenti funzioni è una primitiva di $f(x) = e^{1-2x}$?

(a) $-2e^{1-2x}$ (b) $e^{1-2x}/2$ (c) $\frac{-e}{2e^{2x}}$

SVOLGIMENTO

ESERCIZIO 11 Determinare b in modo tale che $\int_0^b x^3 = 1$
SVOLGIMENTO

ESERCIZIO 12 E' vero che $\int_0^{6\pi} \sin x \leq \int_0^{6\pi} x^2$?
SVOLGIMENTO