

Esercizi sui campi vettoriali

Matematica 2 (Malusa),

Corso di laurea in Architettura U.E., a.a. 2002/2003

Esercizio 1. Calcolare il lavoro compiuto dal campo vettoriale

$$F = \vec{i} + (x^2 + y^2)\vec{j}$$

lungo il lungo il cammino di equazione $\gamma(t) = (t, t^2)$, $0 \leq t \leq 1$. Il campo è conservativo? Si disegni il supporto della curva γ nel piano $x-y$.

Esercizio 2. Calcolare il lavoro compiuto dal campo vettoriale

$$F = (y\sqrt{xy})\vec{i} + (x\sqrt{xy})\vec{j}$$

lungo il lungo il cammino di equazione $\gamma(t) = (\sin t, \sin t)$, $0 \leq t \leq \frac{\pi}{2}$. Il campo è conservativo? Si disegni il supporto della curva γ nel piano $x-y$.

Esercizio 3. Calcolare il lavoro compiuto dal campo vettoriale

$$F = e^x\vec{i} + e^{-y}\vec{j}$$

lungo il lungo il cammino di equazione $\gamma(t) = (t, \log t)$, $1 \leq t \leq 2$. Il campo è conservativo? Si disegni il supporto della curva γ nel piano $x-y$.

Esercizio 4. Calcolare il lavoro compiuto dal campo vettoriale

$$F = (\sin x \cos y)\vec{i} + (\cos x \sin y)\vec{j}$$

lungo il lungo il cammino di equazione $\gamma(t) = (\sqrt{t}, \sqrt{t})$, $0 \leq t \leq 1$. Il campo è conservativo? Si disegni il supporto della curva γ nel piano $x-y$.

Esercizio 5. Mostrare che i seguenti campi vettoriali sono conservativi e determinarne un potenziale

$$F(x, y) = \left(\frac{3}{1 + (3x + 7y^2)^2} + (4y + 5) \cos(4xy + 5x) \right) \vec{i} + \left(\frac{14y}{1 + (3x + 7y^2)^2} + 4x \cos(4xy + 5x) \right) \vec{j}$$

$$F(x, y) = \left(\frac{6x + 5y}{3x^2 + 5xy + 4} + x \right) \vec{i} + \left(\frac{5x}{3x^2 + 5xy + 4} + \frac{1}{4y^2 + 12y + 10} \right) \vec{j}$$

$$F(x, y) = \left(\frac{1}{2} \frac{2xy^2 + 8x - 4y}{\sqrt{x^2y^2 + 4x^2 - 4xy + y^2}} + ye^{-xy} \right) \vec{i} + \left(\frac{1}{2} \frac{2x^2y - 4x + 2y}{\sqrt{x^2y^2 + 4x^2 - 4xy + y^2}} + xe^{-xy} \right) \vec{j}$$

$$F(x, y) = \left(2 + 2 \frac{\cos(2x + 3y)}{1 + (\sin(2x + 3y))^2} \right) \vec{i} + \left(3 \frac{\cos(2x + 3y)}{1 + (\sin(2x + 3y))^2} - 7 \sin(7y) \right) \vec{j}$$