

Ist. di Matematica II- 18 febbraio 2013 -

(Svolgere 5 esercizi su 7. Le domande facoltative non danno punti ma *prestigio*)

Esercizio 1. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{y^2}{x \log(x)} \\ y(e^{-1}) = 3 \end{cases}$$

Esercizio 2. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 2y' + 10y = 5x$$

Esercizio 3.a) Determinare e disegnare D l'insieme di definizioni della funzione $f(x, y) = \sqrt{y+x} + \log(x^2 + y^2 - 1)$. Dire se D è un insieme aperto.

b) Determinare i punti critici di $g(x, y) = x \sin(2x + 3y)$. (Facoltativo: Determinarne la natura)

Esercizio 4. Disegnare D , dove D è la porzione di piano fra la curva di equazione $x = y^2 - 1$ e l'asse delle y . e calcolare $\int \int_D e^y dx dy$.

Esercizio 5. Sia dato il campo vettoriale piano $F(x, y) = \left(\frac{2x-y}{x^2-xy}, \frac{-x}{x^2-xy} + x \right)$. Calcolare il lavoro di F lungo il cerchio di raggio 1 e centro $(-2, 2)$ percorsa in senso orario..

Esercizio 6. Calcolare, se esiste,

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,-1)} \frac{(x+1) \sin(y\pi)}{x^2 + y^2 - 2}$$

Esercizio 7. Sia la superficie

$$\Sigma = \{(x, y, z), y = \frac{x^2}{4}, 0 \leq z \leq 3x, x \geq 0, y \leq 1\}.$$

- a) Determinare se è regolare e il piano tangente in $(1, \frac{1}{4}, 2)$.
- b) Calcolare l'area di Σ .
- c) Facoltativo: Disegnare Σ .

Ist. di Matematica II- 18 febbraio 2013 -

(Svolgere 5 esercizi su 7. Le domande facoltative non danno punti ma *prestigio*)

Esercizio 1. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = -4y + e^{2x} \\ y(0) = \frac{6}{5} \end{cases}$$

Esercizio 2. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 3y' = 6x$$

Esercizio 3.a) Determinare e disegnare D l'insieme di definizioni della funzione $f(x, y) = \log(x^2 - 1) + \sqrt{(x + 2y)(x - y)}$. Dire se D è un insieme aperto.

b) Determinare i punti critici di $g(x, y) = \frac{1}{y} + \frac{y}{x} + y^2 + x$. (Facoltativo: Determinarne la natura)

Esercizio 4. Disegnare D , dove $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2, \mathbf{x}^2 + \mathbf{y}^2 \leq \mathbf{5}, \mathbf{y} \leq |\mathbf{x}|\}$ e calcolare $\int \int_D y dx dy$.

Esercizio 5. Sia dato il campo vettoriale piano $F(x, y) = (x + y^2, 2x)$. Calcolare il lavoro di F lungo la curva $\gamma(t) = (e^{2t}, e^{3t})$ per $t \in [0, 1]$.

Esercizio 6. Calcolare, se esiste,

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{y \sin(x\pi)}{x^2 + y^2 - 1}$$

Esercizio 7. Sia la superficie

$$\Sigma = \{(x, y, z), y = \frac{x^2}{4}, 0 \leq z \leq 3x, x \geq 0, y \leq 1\}.$$

- a) Determinare se è regolare e il piano tangente in $(1, \frac{1}{4}, 2)$.
- b) Calcolare l'area di Σ .
- c) Facoltativo: Disegnare Σ .

Ist. di Matematica II- 18 febbraio 2013 -

(Svolgere 5 esercizi su 7. Le domande facoltative non danno punti ma *prestigio*)

Esercizio 1. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = x(y^2 + 2) \\ y(0) = \sqrt{2} \end{cases}$$

Esercizio 2. Determinare l'integrale generale dell'equazione differenziale

$$y'' - 4y' + 6y = e^x$$

Esercizio 3.a) Determinare e disegnare D l'insieme di definizioni della funzione $f(x, y) = \sqrt{\frac{x}{y}} + \log((3x^2 - 1 - y))$.

Dire se D è un insieme aperto.

b) Determinare i punti critici di $g(x, y) = ye^{2x^2 - y^2}$. (Facoltativo: Determinarne la natura)

Esercizio 4. Disegnare D , dove D è il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(2, 1)$, $(1, 2)$ e calcolare $\int \int_D y dx dy$.

Esercizio 5. Sia dato il campo vettoriale piano $F(x, y) = (y\sqrt{xy - 3y}, (x - 3)\sqrt{xy - 3y})$. Calcolare il lavoro di F lungo il semi cerchio che ha per diametro il segmento che congiunge i punti $(0, 1)$ e $(0, 3)$. .

Esercizio 6. Calcolare, se esiste,

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{x \sin(y\pi)}{x^2 + y^2 - 1}$$

Esercizio 7. Sia la superficie

$$\Sigma = \{(x, y, z), y = \frac{x^2}{4}, 0 \leq z \leq 3x, x \geq 0, y \leq 1\}.$$

- a) Determinare se è regolare e il piano tangente in $(1, \frac{1}{4}, 2)$.
- b) Calcolare l'area di Σ .
- c) Facoltativo: Disegnare Σ .