

Corso di Laurea TAC - a.a. 2004/2005
Matematica 1- Birindelli

PROVA SCRITTA del 11 febbraio 2005

Cognome: Nome:

Esercizio 1.

a) Dati i vettori $\mathbf{u} = (1, -3)$ e $\mathbf{v} = (-2, 3)$ determinare e disegnare i vettori

$$2\mathbf{u} + \|\mathbf{v}\|, \quad u - \langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle \mathbf{v}.$$

b) Determinare per quali valori del parametro λ il vettore $\mathbf{z} = (-\lambda, 1)$ è parallelo al vettore \mathbf{u} e per quali valori è ortogonale \mathbf{u} .

Esercizio 2.

a) Determinare le equazioni parametriche e cartesiane della retta r passante per $P_1 = (1, 3, 4)$, nella direzione del vettore $\mathbf{v} = (2, 1, -1)$

b) Determinare l'equazione cartesiana del piano π perpendicolare alla retta r (trovata nell'esercizio precedente) e passante per il punto $P_3 = (1, 3, 0)$.

Esercizio 3.

Determinare al variare del parametro k il comportamento del seguente sistema di tre equazioni e due incognite

$$\begin{cases} x + ky = k \\ 2x - y = 3 \\ kx + 4y = 0 \end{cases}$$

(cioè dire al variare di k se il sistema è incompatibile, se ammette una soluzione o se ha infinite soluzioni.)

Esercizio 4. Sia $f(x) = \frac{x^2+8x}{x-1}$

a) Determinare l'insieme di definizione di f

b) Determinare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) =$$

c) Determinare gli asintoti della funzione f

d) Calcolare $f'(x)$

e) Determinare gli intervalli di monotonia di f

f) Determinare l'immagine di f

g) **Disegnare il grafico di f e di $|f|$**

Esercizio 5. a) Determinare una primitiva della funzione

$$f(x) = \pi + \sqrt{3x - 2}.$$

Corso di Laurea TAC - a.a. 2004/2005
Matematica 1- Birindelli

PROVA SCRITTA del 11 febbraio 2005

Cognome: Nome:

Esercizio 1.

a) Dati i vettori $\mathbf{u} = (2, -1)$ e $\mathbf{v} = (3, 2)$ determinare e disegnare i vettori

$$2\mathbf{u} + \|\mathbf{v}\|, \quad u - \langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle \mathbf{v}.$$

b) Determinare per quali valori del parametro λ il vettore $\mathbf{z} = (3, \lambda)$ è parallelo al vettore \mathbf{u} e per quali valori è ortogonale \mathbf{u} .

Esercizio 2.

a) Determinare le equazioni parametriche e cartesiane della retta r passante per $P_1 = (1, 1, -2)$, nella direzione del vettore $\mathbf{v} = (-2, 1, 3)$

b) Determinare l'equazione cartesiana del piano π perpendicolare alla retta r (trovata nell'esercizio precedente) e passante per il punto $P_3 = (0, -1, 4)$.

Esercizio 3.

Determinare al variare del parametro k il comportamento del seguente sistema di tre equazioni e due incognite

$$\begin{cases} kx + y = k \\ 2x - ky = 3 \\ x + 4y = 0 \end{cases}$$

(cioè dire al variare di k se il sistema è incompatibile, se ammette una soluzione o se ha infinite soluzioni.)

Esercizio 4. Sia $f(x) = \frac{x^2 - 8x}{x + 1}$

a) Determinare l'insieme di definizione di f

b) Determinare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) =$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) =$$

c) Determinare gli asintoti della funzione f

d) Calcolare $f'(x)$

e) Determinare gli intervalli di monotonia di f

f) Determinare l'immagine di f

g) **Disegnare il grafico di f e di $|f|$**

Esercizio 5. a) Determinare una primitiva della funzione

$$f(x) = \sqrt{2} + \cos\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right).$$