Matematica II-Integrali superficiali

Prof. Birindelli

1. Sia Σ la superficie parametrizzata da $\varphi(u,v) = (uv, u+v, u-v)$ per
$$(u,v) \in D = \{(u,v) \in \mathbb{R}^2, u \geq 0, v \geq 0, u^2 + v^2 \leq 49\}.$$
   a) Determinare l'intersezione della superficie Σ con la retta di equazione $\frac{x}{2} = y = -z$.

   b) Determinare se $P = (6,2,3)$ appartiene a Σ.

   c) Determinare l'equazione del piano tangente a Σ nel punto $(1,2,0)$.

   d) Determinare se esiste un punto di Σ che ha piano tangente parallelo al piano xz.

   e) Calcolare l'area di Σ.

2. a) Disegnare la superficie $\Sigma = \{(x,y,z),\ z = \sqrt{x^2+y^2},\ z \leq 6\}$.

   b) Determinare se Σ è una superficie regolare.

   c) Determinare il piano tangente in $(-3,4,5)$.

   d) Calcolare $\int_\Sigma z dS$.

3. a) Disegnare $\Sigma = \{(x,y,z)\ z = xy,\ y \geq 0,\ y \leq -x,\ x^2+y^2 \leq 1,\}$.

   b) Calcolare$\int_\Sigma \frac{1}{(1+4(x^2+y^2))^3} dS$.

4. Disegnare la superficie intersezione della sfera di raggio 1, con il cilindro $x^2 + y^2 \leq x$, nel semispazio $z \geq 0$ e calcolarne l'area.

5. a) Disegnare la superficie parabolica cilindrica
$$\Sigma = \{(x,y,z), y = \frac{x^2}{4},\ 0 \leq z \leq 3x,\ x \geq 0,\ y \leq 1\}.$$
   b) Determinare, il piano tangente in $(1, \frac{1}{4}, 2)$.

   c) Calcolare l'area di S.

6. Sia $F(x,y,z) = (0,y,z)$. Determinare il flusso nella semisfera $\Sigma = \{(x,y,z), x^2+y^2+z^2 = 1, z \geq 0\}$.