

Istituzioni di Matematiche II – 30 giugno 2000

I) Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y' = -\frac{2x+1}{x^2+x+3}y + e^{2x}.$$

II) Calcolare l'integrale definito

$$\int_0^\pi \frac{\cos x}{1 + \sin^2(x)} dx.$$

III) Determinare $a \in \mathbb{R}$ in maniera tale che la funzione

$$f(x, y) = (x + y + \sin(xy^2)) \log(a^2 + x^2 + y^2)$$

abbia un punto stazionario nell'origine (ossia $f_x(0, 0) = f_y(0, 0) = 0$).

IV) Sia r la retta data dall'equazione

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x - y + z = 2 \end{cases}$$

Determinare l'equazione cartesiana del piano contenente r e passante per il punto P di coordinate $(-1, 1, 2)$

V) Determinare l'area del settore di piano D determinato da

$$D = \{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ tali che } y^2 - x \leq 0, x - y \leq 2 \}$$