

Esonero Bianco, Matematica II 2012/13

1. Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (x+1)y^2 \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

2. Determinare l'integrale generale dell'equazione

$$y'' + 4y' = e^{-4x}$$

3. a) Determinare D l'insieme di definizioni della funzione $f(x, y) = \frac{\sqrt{4-x^2-y^2}}{\log(xy)}$

b) Determinare se D è un aperto.

4. Sia $f(x, y) = ye^{x^2-y^2}$.

a) Determinare il piano tangente in $(1, 1)$.

b) Determinare l'insieme dei punti critici di f . (Facoltativo: determinarne la natura)

5. a) Dimostrare che non esiste

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} \frac{y \log(x)}{(x-1)^2 + y^2}.$$

b) Sia $\varphi : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$, tale che $\varphi(t) = (t^2 \cos(4\pi t), t^3)$. Calcolare $\varphi(1)$, dire se $(\frac{1}{4}, \frac{1}{8})$ appartiene al supporto della curva. Determinare se φ è chiusa e se è regolare. (Facoltativo, dimostrare che la curva è simmetrica rispetto all'asse delle x).