

ISTITUZIONI DI MATEMATICA II, BIRINDELLI

Cognome	Nome	Crediti
---------	------	---------

REGOLE D'ESAME

i) IL COMPITO DEVE ESSERE SVOLTO SU QUESTI FOGLI, CHE SONO GLI UNICI AD ESSERE CONSEGNATI AL DOCENTE PER LA CORREZIONE

Esercizio 1 Sia il campo vettoriale $F(x, y) = (3x^2y + \cos x, x^3 + e^y)$

- Calcolare $F(0, 0)$ e determinare l'insieme di definizione di F
- Determinare se F è irrotazionale e se è conservativo.
- Calcolare il lavoro di F lungo la curva $\gamma(t) = (2 \cos t, 3 \sin t)$ per $t \in [0, 2\pi]$.
- Calcolare il lavoro di F lungo la curva $\gamma_1(t) = (2t^2, 3t^3)$ per $t \in [0, 1]$
- Trovare una curva γ_2 tale che il lavoro di F lungo γ_2 sia pari a 3.
- Sia $G(x, y) = (3x^2y + \cos x + y, x^3 + e^y)$. Determinare il lavoro di G lungo γ .

Esercizio 3 Sia il campo vettoriale $F(x, y) = (x + 3xy, y + x)$.

- Determinare l'insieme di definizione di F e calcolare $F(0, 0)$
- Determinare se F è irrotazionale e se è conservativo
- Calcolare il lavoro di F lungo la curva $\gamma(t) = (t, e^t)$ per $t \in [0, 2]$

Esercizio 4 Sia il campo vettoriale $F(x, y) = \left(\frac{-y}{x^2+2x+1+y^2}, \frac{x+1}{x^2+2x+1+y^2}\right)$.

- Determinare l'insieme di definizione di F e calcolare $F(0, 0)$
- Determinare se F è irrotazionale.
- Calcolare il lavoro di F lungo la curva $\gamma(t) = (\cos t - 1, \sin t)$ per $t \in [0, 2\pi]$
- Dedurre che F non è conservativo nel dominio
- Trovare una curva chiusa tale che il lavoro di F lungo la curva sia nullo (senza fare conti ma usando a) e b))

Esercizio 4 Calcolare i seguenti integrali

- $\int \int_D x + 2y \, dx dy$ con $D = [-1, 2] \times [0, 4]$
- $\int \int_T y \, dx dy$ dove T è il triangolo di vertici $(0, 0)$, $(1, 1)$, $(1, 2)$.
- $\int \int_D xy \, dx dy$ con $D = \{(x, y), 3x \leq y \leq 4 - x^2\}$.
- $\int \int_D e^{x^2+y^2} \, dx dy$ con $D = \{(x, y), 1 \leq x^2 + y^2 \leq 3\}$.
- $\int \int_D x \, dx dy$ con $D = \{(x, y), -1 \leq x + y \leq 1, -2 \leq x - y \leq 0\}$.