Matematica II

Prof. Birindelli

1. Dimostrare che le funzioni $y(x) = e^{3x}$ e $y(x) = e^{2x}$ sono soluzioni dell'equazione differenziale

$$y''(x) - 5y'(x) + 6y(x) = 0.$$

2. Dimostrare che al variare di $C \in \mathbb{R}$ la funzione $y(x) = \frac{1}{(C-3e^x)^{\frac{1}{3}}}$ è soluzione dell'equazione $y' = y^2 e^x$. Determinare per quale C verifica $y(0) = 1$.

3. Determinare l'integrale generale delle seguenti equazioni differenziali:

$$y' = y^2, \; y' = x^2(1 + y^2), \; y' = \frac{xy^3}{\sqrt{1 + x^2}}$$

$$y' = \frac{xy}{y^2 - 3}, \; y' = y^2 e^{-2x}.$$

4. Determinare la soluzione dei problema di Cauchy e il massimo intervallo in cui la soluzione è definita

$$\begin{cases} y' = \frac{x-1}{y^2} \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y' = \frac{y}{x \log x} \\ y(\frac{1}{2}) = 1 \end{cases}, \quad \begin{cases} y' = y^3 - y \\ y(2) = 1 \end{cases}$$

5. Determinare l'insieme delle soluzioni dell'equazione $y' = (x^2+1)(y+3)$. Trovare la soluzione che verifica $y(0) = 1$ e quella che verifica $y(0) = -3$.