

Secondo foglio di Esercizi di Matematica, 08/09

prof. I. Birindelli

1. Determinare le equazioni cartesiane della retta del piano passante per i punti $P_o = (1, -2)$ e $P_1 = (2, 2)$. Trovare il punto di intersezione di questa retta con gli assi delle coordinate.
2. Determinare un'equazione cartesiana della retta del piano ortogonale alla retta $2x + y = -3$ che passi per il punto $(0, 2)$.
3. Determinare l'equazione cartesiana del piano che passa per i punti $P_o = (0, 1, 1)$, $P_1 = (2, 0, 1)$ e $P_2 = (-2, 2, 1)$.
4. Siano $P_o = (0, 1, 1)$, $P_1 = (2, 0, 1)$, $P_3 = (1, 2, -2)$, $P_4 = (1, 1, 1)$ e $P_5 = (1, 2, -3)$.

- Determinare le equazioni parametriche della retta r per P_o e P_1 .
- Determinare l'equazione cartesiana del piano π_1 che contiene la retta r e il punto P_3
- Determinare l'equazione cartesiana del piano π_2 ortogonale alla retta r e passante per l'origine.
- Determinare l'equazione cartesiana del piano π_3 parallelo alla retta r e passante per P_4 e P_5
- Determinare le equazioni parametriche della retta ortogonale al piano π_3 e passante per P_o
- Trovare i punti di intersezione dei piani π_1 , π_2 e π_3 .

5. Determinare al variare del parametro $k \in \mathbb{R}$ il comportamento dei seguenti sistemi (cioè, per **tutti** i valori di k , dire se il sistema ha una soluzione unica, se ha infinite soluzioni o se è incompatibile cioè non ha soluzioni).

$$\begin{cases} x - y + z = 3 \\ 2x + y - 2z = k \\ kx + 3y - 4z = -6 \end{cases} \quad \begin{cases} x - 2y + z = 1 \\ 3x + y + z = k \\ -5x - 4y + kz = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y - z = 1 \\ x - y + 2z = k \\ kx + 4y - 3z = 0 \end{cases}$$

6. Determinare l'insieme delle soluzioni dei seguenti sistemi

$$\begin{cases} x - y + z = 3 \\ 2x - 2y + z = 4 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 3 \\ 2x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_2 - 4x_3 - x_4 = -6 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_4 = 0 \\ x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 + x_2 = -1 \\ x_2 + x_4 = -1 \end{cases}$$

7. Sia $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$ e $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$. Calcolare le matrici $C_1 = AB$ e $C_2 = BA$. Determinare il rango di A , B , C_1 e C_2 . Trovare una matrice D tale che $DC_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.

8. Scrivere per esteso la matrice 4×5 tale che $a_{ij} = (i - j)(i - j - 1)$. Determinare il rango di A .