

Esercizio 1

scrivere z nelle forma $z = a + ib$ con $a, b \in \mathbb{R}$
nei seguenti casi:

$$z = \frac{2+i}{5-i}, \quad z = \frac{\pi+i}{2i}, \quad z = \left(\frac{1-i}{1+i} \right)^3$$

$$z = \frac{1-i\sqrt{3}}{1+i}, \quad z = \left(\frac{1+i}{2} \right)^{20}$$

Esercizio 2 Trovare l'inverso z^{-1} di z nei seguenti

casi:

$$z = \sqrt{2} - i$$

$$z = 2 + 3i$$

$$z = e - 2i$$

$$z = 18$$

$$z = 1 - 2i$$

$$z = 48 + i$$

Esercizio 3

Verificare (ricorrendo, quando risulta utile, alla forma trigonometrica) le seguenti identità:

$$\textcircled{1} \quad \overline{\overline{z}} = z \quad \forall z \in \mathbb{C};$$

$$\textcircled{2} \quad \operatorname{Re}(z) = \frac{z + \overline{z}}{2} \quad \forall z \in \mathbb{C};$$

$$\textcircled{3} \quad \operatorname{Im}(z) = \frac{z - \overline{z}}{2i} \quad \forall z \in \mathbb{C};$$

$$\textcircled{4} \quad |\operatorname{Re}(z)| \leq |z|; \quad |\operatorname{Im}(z)| \leq |z| \quad \forall z \in \mathbb{C}$$

$$\textcircled{5} \quad \overline{z_1 \cdot z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2} \quad \forall z_1, z_2 \in \mathbb{C}$$

Esercizio 4

Trovare tutte le soluzioni delle seguenti equazioni in campo complesso:

$$\textcircled{1} \quad z^2 + 2z + 3 = 0$$

$$\textcircled{2} \quad z^2 + 2iz - 3 = 0$$

$$\textcircled{3} \quad z^6 + 2z^3 - 3 = 0$$

$$\textcircled{4} \quad z^2 + 2iz - 3 + 2\sqrt{3}i = 0$$

$$\textcircled{5} \quad z^2 + (i-2)z + 3-4i = 0$$

$$\textcircled{6} \quad z^4 + iz^3 + z^2 + iz = 0$$