

9/11/22

I Sia  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x & x \neq \frac{1}{n} \\ \frac{1}{n^2} & x = \frac{1}{n} \end{cases}, n \in \mathbb{N}$

a) Determinare se esiste  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

b) Determinare se la funzione è continua

II Sia  $f(x) = |x+1|$ , usando la definizione di limite dimostrare che  $\lim_{x \rightarrow 1} |x+1| = 2$  e  $\lim_{x \rightarrow +\infty} |x+1| = +\infty$

III Calcolare i seguenti limiti.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + e^{2x}}{x^3 + e^{3x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x} - x}{\sqrt{x}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^3 + 2 \frac{1}{x^2}}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \log\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} x^3 e^{\frac{1}{x^2}}$$

IV Sia  $f(x) = \begin{cases} x^2 + \sin^2 x & x > 0 \\ ax + b & x \leq 0 \end{cases}$

Determinare per quali  $a \in \mathbb{R}$  e  $b \in \mathbb{R}$

a)  $f$  è continua in  $\mathbb{R}$

b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

c)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  non esiste

d) la funzione è limitata inferiormente

V Sia  $f(x) = \min((1-x^2)^2, 1-x^2)$ . Determinare se  $f$  è continua. Calcolare  $f(0)$  e  $f(\frac{1}{2})$ . Disegnare  $f(x)$