

## Esercizi sulle proprietà qualitative delle funzioni reali. I. Birindelli

1. Sia  $f(x) = x^2 - 3x + 1$  e  $g : D \rightarrow \mathbb{R}$  tale che  $g(x) = \frac{1}{x^2}$ .
  - a) Determinare  $D$  tale che siano definite  $f \circ g$  e  $g \circ f$ .
  - b) Per  $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$ . Determinare gli intervalli di monotonia di  $f$  e di  $g$ .
  - c) Determinare  $D$  in modo tale che  $g$  sia invertibile.
2. Sia  $f(x) = \cos(x^2 + 2x - 1)$ . Calcolare  $f(2)$ ,  $f(3t)$ ,  $f(x + 1)$ . Scrivere  $f$  come la composizione di due funzioni.
3. Disegnare il grafico di una funzione  $f$  tale che  $f(0) = 1$ ,  $f$  sia monotona crescente in  $(0, 3)$  e limitata superiormente.
4. Disegnare il grafico di una funzione  $f$  che abbia un asintoto  $y = 2$ , non sia limitata e abbia infiniti cambi di monotonia.
5. Disegnare il grafico di una funzione con tre asintoti.
6. Determinare l'insieme di definizione delle seguenti funzioni:

$$f_1(x) = \frac{x}{\sin x}, \quad f_2(x) = \sqrt{x^2 - 2}, \quad f_3(x) = \sqrt{3 - x^2}, \quad f_4(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 1}$$

7. Determinare l'insieme di definizione e gli intervalli di monotonia delle seguenti funzioni:

$$f_1(x) = \frac{1}{x + 2}, \quad f_2(x) = \begin{cases} 2x + 3 & x > -1 \\ -x + 1 & x \leq -1 \end{cases}, \quad f_3(x) = |x - 4|,$$

$$f_4(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right), \quad f_5(x) = \frac{1}{\sin x}.$$

8. Determinare se è continua la funzione  $f_2(x) = \begin{cases} 2x + 3 & x > -1 \\ -x + 1 & x \leq -1 \end{cases}$ .
9. Disegnare il grafico della funzione  $f(x) = [2x + 3]$ .
10. Determinare l'insieme di definizione e disegnare il grafico delle funzioni  $f(x) = \frac{1}{x}$  e  $g(x) = \left[\frac{1}{x}\right]$ .