

Esercizio 2.1 Sia $S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = R^2, 0 \leq z \leq h\}$.

1. Trovare una parametrizzazione di S : $x = x(u, v), y = y(u, v), z = z(u, v), (u, v) \in D \subset \mathbb{R}^2$.
2. Per ogni $p = (x(u, v), y(u, v), z(u, v))$ di S , trovare il vettore normale unitario $\mathbf{N}_p = (N_1(u, v), N_2(u, v), N_3(u, v))$ che punta verso l'esterno di S .
3. Trovare l'elemento di area $dS = g(u, v)dudv$ della superficie parametrizzata S .
4. Trovare l'area di S calcolando un integrale di superficie.
5. Calcolare il flusso del campo vettoriale $\mathbf{F}(x, y, z) = (x + y, x + y, 0), (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$, uscente dalla superficie S .
6. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$ la funzione $f(x, y, z) = x^2 + y^2$. Calcolare l'integrale di superficie $\iint_S f dS$.