

ISTITUZIONI DI MATEMATICA II, PROF. BIRINDELLI

A.A 2017/18

Cognome	Nome	Crediti
---------	------	---------

**REGOLE D'ESAME**

**i) Non é ammesso l'uso di libri, appunti, cellulari, etc. Si usa soltanto carta e penna!**

**ii) IL COMPITO DEVE ESSERE SVOLTO SU QUESTI FOGLI (UTILIZZANDO ANCHE IL RETRO), CHE SARANNO GLI UNICI AD ESSERE CONSEGNATI AL DOCENTE**

**Esercizio 1** Calcolare i seguenti integrali

a)  $\int_0^1 x^2 - 3x dx$

b)  $\int_0^1 xe^{2x} dx$

c)  $\int_0^2 3x \sqrt{4 - x^2} dx$

d) Determinare  $M_1 > 0$  e  $M_2 > 0$  tali che

$$M_1 \leq \int_0^1 e^{x^2} dx \leq M_2.$$

2

**Esercizio 2**

Data l'equazione  $y'' + y' - 2y = f(x)$

a) Determinare l'insieme delle soluzioni per  $f(x) \equiv 0$ .

b) Determinare l'insieme delle soluzioni per  $f(x) = 2x$ .

c) Determinare l'insieme delle soluzioni per  $f(x) = e^x$ .

d) Determinare se nel caso a) esistono delle soluzioni non identicamente nulle che siano limitate in  $[0, +\infty)$

**Esercizio 3** Determinare e disegnare l'insieme di definizione delle seguenti funzioni

a)  $f_1(x, y) = \frac{1}{y+x}$

b)  $f_2(x, y) = \log(x^2 + y^2 - 4),$

c)  $f_3(x, y) = \sqrt{1 - xy} + \log(1 - y^2)$

d)  $f_4(x, y) = \log(\log(x^2 + 4y^2 - 4))$

**Esercizio 4**

Sia  $\phi : [-1, 1] \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $\phi(t) = (2t^2, t^3)$

a) Determinare se  $\phi$  è chiusa e se è regolare

b) Determinare le coordinate del punto  $\phi(\frac{1}{2})$  e se il punto  $(1, 2)$  appartiene alla curva

c) Calcolare la lunghezza della curva.

d) Trovare una curva  $\phi_1 : [1, 3] \rightarrow \mathbb{R}^2$  tale che  $\phi_1(1) = \phi(1)$  e  $\phi_1(3) = \phi(-1)$ .

**Esercizio 5** Per ogni integrale doppio disegnare il dominio  $D$  e calcolare l'integrale

a)  $\int \int_D x \, dx dy$  per  $D = [0, 1] \times [1, 3]$

b)  $\int \int_D x + y \, dx dy$  per  $D = \{(x, y), 1 < x < 3, x < y < 2x\}$

c)  $\int \int_D x^2 + y \, dx dy$  per  $D = \{(x, y), x^2 \leq 2 - x\}$

d) Sia  $B_2 \setminus B_1$  l'anello circolare centrato nell'origine, con raggio compreso tra 1 e 2. Dimostrare che  $\frac{3}{e^4}\pi \leq \int \int_{B_2 \setminus B_1} e^{-x^2-y^2} \, dx dy \leq \frac{3}{e}\pi$