

PROVA SCRITTA del 13 Febbraio 2004

Cognome: Nome:

Esercizio 1.

- a) Dato il vettore $\mathbf{u} = (1, 2)$ determinare un vettore parallelo a \mathbf{u} di lunghezza 2 e uno perpendicolare a \mathbf{u} di lunghezza 1
- b) Sia $\mathbf{v} = (2, -3)$, determinare le coordinate del vettore $\mathbf{w} = (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v})(\mathbf{u} - \mathbf{v})$ e $\mathbf{z} = |\mathbf{u} + 2\mathbf{v}|\mathbf{v}$. ($\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ indica il prodotto scalare) Disegnare \mathbf{w} e \mathbf{z} .

Esercizio 2.

- a) Determinare le equazioni parametriche della retta r ortogonale al piano Π_1 di equazione $x - 3y + z = 0$ e passante per il punto $P_0 = (1, -1, 1)$.
- b) Determinare l'equazione cartesiana del piano Π_2 perpendicolare al piano Π_1 (dato nell'esercizio precedente) e passante per i punti $P_1 = (0, 2, 1)$, $P_2 = (2, 0, -1)$.

ESERCIZIO 3.

Determinare al variare del parametro k il comportamento del seguente sistema

$$\begin{cases} x + 3y = 3 \\ x + y + kz = 1 \\ ky - 3z = \sqrt{6} \end{cases}$$

(cioè dire per quali valori di k il sistema è incompatibile, per quali ammette una soluzione e per quali infinite soluzioni).

ESERCIZIO 1. a) Studiare e disegnare il grafico della seguente funzione

$$f(x) = \frac{4x - 2}{2x^2 + 3x}$$

(Determinarne, non necessariamente in quest'ordine: il dominio, i limiti agli estremi del dominio, gli eventuali asintoti, gli insiemi di monotonia, i massimi e minimi relativi e assoluti, l'immagine, gli eventuali punti di discontinuità e di non derivabilità).

b) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x)$ nel punto corrispondente a $x_0 = 1$.

ESERCIZIO 3. a) Usando l'integrazione per parti, determinare una primitiva della funzione

$$f(x) = 3xe^{x+1}.$$

b) Calcolare $\int_0^3 |x - 2| dx$.

PROVA SCRITTA del 13 Febbraio 2004

Cognome: Nome:

Esercizio 1.

- a) Dato il vettore $\mathbf{u} = (2, -1)$ determinare un vettore parallelo a \mathbf{u} di lunghezza 2 e uno perpendicolare a \mathbf{u} di lunghezza 1
- b) Sia $\mathbf{v} = (3, 2)$, determinare le coordinate del vettore $\mathbf{w} = (\mathbf{u} \cdot \mathbf{v})(\mathbf{u} - \mathbf{v})$ e $\mathbf{z} = |\mathbf{u} + 2\mathbf{v}|\mathbf{v}$. ($\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ indica il prodotto scalare) Disegnare \mathbf{w} e \mathbf{z} .

Esercizio 2.

- a) Determinare le equazioni parametriche della retta r ortogonale al piano Π_1 di equazione $x + y - 2z = 0$ e passante per il punto $P_0 = (0, 1, -2)$.
- b) Determinare l'equazione cartesiana del piano Π_2 perpendicolare al piano Π_1 (dato nell'esercizio precedente) e passante per i punti $P_1 = (1, 1, -1)$, $P_2 = (3, -1, 0)$.

ESERCIZIO 3.

Determinare al variare del parametro k il comportamento del seguente sistema

$$\begin{cases} x + 3y = 1 \\ x + y - kz = 1 \\ kx - 3z = -\sqrt{2} \end{cases}$$

(cioè dire per quali valori di k il sistema è incompatibile, per quali ammette una soluzione e per quali infinite soluzioni).

ESERCIZIO 1. a) Studiare e disegnare il grafico della seguente funzione

$$f(x) = \frac{2x + 2}{x^2 - 3x}$$

(Determinarne, non necessariamente in quest'ordine: il dominio, i limiti agli estremi del dominio, gli eventuali asintoti, gli insiemi di monotonia, i massimi e minimi relativi e assoluti, l'immagine, gli eventuali punti di discontinuità e di non derivabilità).

b) Determinare l'equazione della retta tangente al grafico di $f(x)$ nel punto corrispondente a $x_0 = 1$.

ESERCIZIO 3. a) Usando l'integrazione per parti, determinare una primitiva della funzione

$$f(x) = xe^{x-2}.$$

b) Calcolare $\int_{-3}^0 |x+2| dx$.