

Foglio di Esercizi di Matematica I, 08/09 I. Birindelli

1. Determinare i domini delle seguenti funzioni

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 4}}, \quad g(x) = \frac{1}{\log(-x + 1)},$$

$$h(x) = \frac{2}{3 - |x|}, \quad f_1(x) = \log\left(\frac{x + 1}{x - 2}\right)$$

2. Calcolare $f \circ g$ e $g \circ f$
3. Sia $f(x) = \frac{1}{x-3}$. Determinare l'insieme di definizione, l'insieme immagine, gli intervalli di monotonia. Disegnare il grafico di f . Determinare la funzione inversa, il suo dominio, il suo insieme immagine e il suo grafico.
4. Sia $f(x) = \log(x + 3)$. Determinare l'insieme di definizione, l'insieme immagine. Disegnare il grafico di f . Determinare la funzione inversa, il suo dominio, il suo insieme immagine e il suo grafico.
5. Sia $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$. Determinare un insieme D tale che se D è il dominio di f allora f è invertibile. Stabilire in quel caso qual'è la funzione inversa.
6. Disegnare il grafico di una funzione pari, monotona crescente nell'intervallo $[0, 3)$ e monotona decrescente in $[3, +\infty)$. Tale che il massimo assoluto di f valga 5.
7. Disegnare il grafico di una funzione dispari, che ha come insieme immagine $(-4, 4]$ e che è invertibile. Disegnare il grafico della funzione inversa.
8. Disegnare il grafico di una funzione f tale che $\text{dom} f = \mathbb{R}$, $\text{Im} f = (0, +\infty)$. Che abbia due massimi locali. Successivamente disegnare il grafico delle funzioni $g(x) = f(x+2)$, $g_1(x) = f(x) + 2$, $g_2(x) = f(-x)$, $g_3(x) = -f(x)$, $g_4(x) = |f(x) - 3|$.
9. Risolvere le equazioni

$$\log(x + 2) + \log(x + 3) = 1, \quad e^x e^{2x-3} = 1, \quad 3 = 2^{3x-2}.$$

10. Dimostrare che $\log_a(x) = \frac{\log(x)}{\log a}$.

11. Disegnare il grafico di $f(x) = \log|x|$.

12. Disegnare il grafico di $f(x) = \begin{cases} \log x & x > 1 \\ 2x - 1 & x \leq 1 \end{cases}$.