Matematica II
Prof. Birindelli, Grossi

1. Sia $\phi : [0, \pi] \to \mathbb{R}^2$ $\phi(t) = (2 \cos t, 3 \sin t)$. Disegnare la curva ϕ. Calcolare la restrizione di $f(x, y) = x^2 e^{x+y}$ alla curva ϕ e calcolarne la derivata.

2. Sia ϕ la curva data da
$$\begin{cases} x(t) = t^2 \\ y(t) = t^3 \end{cases}, \ t \in [0, 2]$$
Disegnare ϕ e determinare $g(t)$ la restrizione di $f(x, y) = x \log(xy + 1)$ alla curva ϕ. Determinare il massimo di g.

3. Determinare e disegnare nel piano gli insiemi di definizione delle seguenti funzioni: $f(x, y) = \log(4 - x^2) + \log(x + 3y - 6)$, $f(x, y) = \frac{\sqrt{9-(x-3)^2-(y-4)^2}}{\log(x^2-y^2)}$, $f(x, y) = arcsin(x^2 - y^2)$.

4. Disegnare gli alcuni insiemi di livello della funzione: $f(x, y) = \frac{x+y}{2x-3y}$. Dedurre che non esiste
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x, y).$$

5. Disegnare gli insiemi di livello ai livelli: -2,-1, 0, 1 e 2 delle seguenti funzioni:

   $f(x, y) = (x + y)^2$, $f(x, y) = \arctan \frac{x}{y}$, $f(x, y) = \log(xy)$.

6. Calcolare le derivate parziali prime delle funzioni:

   $f(x, y) = \arctan \frac{x}{y}$, $f(x, y) = \log(xy)$, $f(x, y) = \log_x(y)$ $f(x, y) = x^3 e^{x^2-y^3}$.

7. Determinare l'equazione cartesiana del piano tangente nel punto P delle funzioni:

   a) $f(x, y) = x^2 + 3xy^2$, $P = (1, -1, f(1, -1))$

   b) $f(x, y) = 3x - 2y + 3$, $P = (2, 1, f(2, 1))$

   c) $f(x, y) = e^{xy}$, $P = (1, 1, f(1, 1))$

   Inoltre negli stessi punti calcolare la derivata direzionale nella direzione $v = (\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$ e nella direzione $v = (-1, 0)$.

8. Sia $f(x, y) = 4x^2 - y^2$. Disegnare il grafico di questa funzione usando: segno della funzione, curve di livello e piano tangente in $(0, 0)$.