

Quarto foglio di Esercizi di Matematica I, 04/05

I. Birindelli

1) Determinare il rango della matrice  $A$  al variare di  $a \in \mathbb{R}$  e della matrice  $B$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & a & 2 \\ 2 & 1 & 0 & -1 \\ a & 1 & 5 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 5 & 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Calcolare  $A.B$ .

2) Determinare l'insieme delle soluzioni del sistema

$$\begin{cases} x + 3y + z = 1 \\ -x - 3y + z = 2 \end{cases}$$

Dare una caratterizzazione geometrica delle soluzioni.

3) Risolvere al variare di  $\alpha \in \mathbb{R}$  il seguente sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ 3x - y + 3z = 0 \\ 2x - \alpha y + z = 3 \end{cases}$$

4) Risolvere il seguente sistema di equazioni lineari

$$\begin{cases} x + y - z + t = 0 \\ 2x + 2y - 2z - t = 1 \\ x - y + z + 2t = 2 \\ x + y - z - 2t = 1 \\ 2y - 2z - t = -2 \end{cases}$$

5) Risolvere i seguenti sistemi:

$$\begin{cases} x + 3y = 3 \\ x + y + kz = 1 \\ ky - 3z = \sqrt{6} \end{cases} \quad \text{e} \quad \begin{cases} 2x + y - \sqrt{2}z = 1 \\ \sqrt{2}x + \frac{1}{\sqrt{2}}y + z = 2 \end{cases}$$

6) Al variare di  $a \in \mathbb{R}$  determinare il rango della matrice

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & -2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & a \end{pmatrix}$$