Matematica 2

1) Sia $\phi : [0,\pi] \to \mathbb{R}^2$ $\phi(t) = (2\cos t, 3\sin t)$. Disegnare la curva ϕ. Calcolare la restrizione di $f(x,y) = x^2 e^{x+y}$ alla curva ϕ e calcolarne la derivata.

2) Sia $r(t,s)[0,4\pi] \times [-2,2]$ la superfice parametrizzata da

$$\begin{cases} x(s,t) = s\cos t \\ y(s,t) = s\sin t \\ z(s,t) = s \end{cases}$$

Disegnare la superfice descritta da r. Determinare se la superfice è regolare. Determinare la normale al piano tangente in $(\pi,1)$ e in $(2\pi,-1)$.

3) Sia il campo vettoriale:

$$F(x,y,z) = -\frac{kM}{|(x,y,z)|^3}(x,y,z) =$$

$$= -\frac{kMx}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\vec{i} + \frac{kMy}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\vec{j} + \frac{kMz}{(x^2+y^2+z^2)^{3/2}}\vec{k}$$

Verificare che F è conservativo e che la sua primitiva e' la funzione $f(x,y,z) = \frac{kM}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$.

Calcolare $\int_C F$

4) Determinare se il campo $F(x,y) = (2x+1)\vec{i} - y\vec{j}$ è conservativo. Se si determinarne il potenziale.

5) Sia la curva C_1 parametrizzata da $\phi_1(t) = (t,t^2)$ con $t \in [0,2]$. Sia C_2 la curva parametrizzata da $\phi_2(t) = (2t, 4\sqrt{(t)})$ con $t \in [0,1]$. Sia $F(x,y) = xdx - ydy$.

5.a) Calcolare $\int_{C_1} F$ e $\int_{C_2} F$. Dire perché questi risultati non sono sorprendenti.

5.b) Considerare ora la forma differenziale $G(x,y) = ydx - xdy$, calcolare $\int_{C_1} G$ e $\int_{C_2} G$!

6)Sia $V(x,y) = (2x-y)\vec{i} + (ax + e^{2y})\vec{j}$. Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ il campo è conservativo e quando esiste, trovare il potenziale.

7) Sia $F(x,y) = ydx + (x+y)dy$. Calcolare $\int_\phi F(x,y)$ dove ϕ è la curva parametrizzata da $\begin{cases} x(t) = 2\cos t \\ y(t) = \sin t \end{cases}$ con $t \in [0,\pi]$.