

Matematica 2, prof. E. Beretta, I. Birindelli  
Quarto foglio di esercizi

- 1) Calcolare la matrice Hessiana della funzione  $f(x, y) = \frac{x+y}{x^2+1}$  in  $(0, 0)$  e in  $(1, -1)$ .
- 2) Determinare la matrice Hessiana nei punti  $(0, 0)$  e  $(1, -1)$  della funzione

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- 3) Determinare il massimo e minimo assoluto in

$$D = \{(x, y) \text{ t.c. } |x| + |y| = 4\}$$

della funzione  $f(x, y) = x^2y + 2x - 4y$ .

- 4) Determinare il massimo e minimo assoluto in

$$D = \{(x, y) \text{ t.c. } |x| + |y| \leq 4\}$$

della funzione  $f(x, y) = x^2y + 2x - 4y$ .

- 5) Determinare i punti critici di  $f(x, y) = 2x^3 - 6xy + 3y^2$ . Determinarne la natura (minimo, o massimo locale o punto sella).
- 6) Determinare i punti critici di  $f(x, y) = xye^{-\frac{(x^2+y^2)}{2}}$ . Determinarne la natura (minimo, o massimo locale o punto sella).
- 7) Determinare il massimo e minimo assoluto della funzione  $f(x, y) = x^2ye^{-(x+y)}$  nel triangolo  $T = \{x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 4\}$ .
- 8) Determinare qual'è il triangolo iscritto nel semicerchio unitario, e avente un lato coincidente col diametro che ha area massima.
- 9) Determinare il massimo e minimo della funzione  $f(x, y) = 2x + 2y - x^2 - y^2$  nel quadrato delimitato dagli assi cartesiani e dalle rette  $x = 2$  e  $y = 2$ .
- 10) Trovare il massimo e minimo assoluto della funzione  $f(x, y) = 2xy - x$  nel dominio  $T = \{x > 0, y > 0, x + y \leq 1\}$ .
- 11) Determinare l'insieme dei punti critici e la loro natura per la funzione  $f(x, y) = 2x^3 + 3xy + 2y^3$ .
- 12) Determinare i punti critici della funzione  $f(x, y) = yx^2 + 2xy - y^2 - y$  e la loro natura (dire se sono massimi locali, minimi locali o punti di sella).
- 13 facoltativo) Trovare i punti della figura geometrica:  
 $D = \{(x, y) : 17x^2 + 12xy + 8y^2 = 100\}$  che sono più vicini all'origine e quelli che sono più distanti.