

Matematica 2, prof. E. Beretta, I. Birindelli
Secondo foglio di esercizi

1) Calcolare i seguenti integrali:

$$\int_{-1}^0 \frac{2x+1}{\sqrt{3x^2+3x+2}} dx, \int_0^2 \frac{x-4}{x+1} dx, \int_{-1}^3 x^2|x-2| dx, \int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos x dx.$$

2) Determinare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 2y' + 5y = e^{-2x} \\ y(0) = 1, y'(0) = -1 \end{cases}$$

3) Risolvere il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(x) \sin x = y \log y \cos x \\ y(\frac{\pi}{2}) = e \end{cases}$$

4) Determinare tutte le soluzioni dell'equazione differenziale

$$y' = -\frac{2x+1}{x^2+x+3}y + e^x.$$

5) Determinare le soluzioni delle equazioni differenziali

$$i) y'' - y' - 6y = \sin x$$

$$ii) y'' + y' - 2y = 2e^x.$$

6) Determinare la soluzione dei seguenti Problemi di Cauchy

$$i) \begin{cases} y' + xy = 3x \\ y(0) = 1. \end{cases} \quad ii) \begin{cases} y' = \frac{y}{x \log x} \\ y(\frac{1}{2}) = 1 \end{cases}$$

7) Sia ϕ la curva data da

$$\begin{cases} x(t) = t^2 \\ y(t) = t^3 \end{cases}, t \in [0, 2]$$

Disegnare ϕ e determinarne la lunghezza.

8) Disegnare e calcolare la lunghezza della "cardioid" di equazione:

$$\begin{cases} x(t) = (1 + \cos t) \cos t \\ y(t) = (1 + \cos t) \sin t \end{cases}, t \in [0, 2\pi].$$

9) Calcolare la lunghezza della "catenaria" di equazione:

$$\begin{cases} x(t) = at \\ y(t) = a(\cosh(t)) \end{cases}, t \in [0, 1].$$

(Si ricorda che: $\cosh'(t) = \sinh t$, $\sinh' t = \cosh t$ e $\cosh^2 t - \sinh^2 t = 1$.)