Settimo foglio di Esercizi di Matematica I, 02/03

I. Birindelli

1) Dimostrare, usando la definizione di limite, che

$$\lim_{x\to 1}\frac{2}{x+1}=\frac{2}{3}.$$

2) Usando il fatto che $\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$. Determinare i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x^2},\ \lim_{x\to 0}\frac{\sin x^2}{x^2},\ \lim_{x\to 0}\frac{\sin 2x}{x},\ \lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{x-\frac{\pi}{2}},\ \lim_{x\to\pi}\frac{\sin x}{x},\ \lim_{x\to 0}\frac{\tan x}{x}.$$

3) Studiare al variare di $a\in\mathbb{R}$ la continuità in 1 della funzione

$$f(x)=\begin{cases}\frac{1}{2x^2+1} & x>1\\ 2ax+3 & x\le 1\end{cases}$$

4) Determinare i punti di discontinuità della funzione $f(x)=[3x+2]$. Disegnarne il grafico.

5) Sia $f(x)=\frac{ax^2+2x+1}{2x+2}$. Determinare per quale valore di $a\in\mathbb{R}$, f presenta una discontinuità eliminabile in $x=-1$. Disegnare il grafico di f per quella scelta di a.

6) Si consideri la funzione f definita, per $x\in(0,\pi)$, da

$$f(x)=\begin{cases}e^{-|\tan x|} & x\ne\frac{\pi}{2}\\ 0 & x=\frac{\pi}{2}\end{cases}$$

Determinare se f è continua in $\frac{\pi}{2}$.

7)Calcolare i seguenti limiti:

$$\lim_{x\to 1^+}\frac{1}{x-1}-\frac{x}{x^3-1}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{\sqrt{x+2}-\sqrt{x+3}}{\sqrt{x+1}-\sqrt{2x+1}}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{2}{x}\right)^{3x}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{e^x}\right)^{e^x}$$

8) Studiare al variare di $a\in\mathbb{R}$ la continuità in della funzione

$$f(x)=\begin{cases}\sin x & x>a\\ 2x-1 & x\le a\end{cases}$$

9) Studiare al variare di $a\in\mathbb{R}$ la continuità in 1 della funzione

$$f(x)=\begin{cases}x+3 & x>-1\\ e^{ax} & x\le -1\end{cases}$$