

Sesto foglio di Esercizi di Matematica I, 02/03

I. Birindelli

1) Determinare quali delle seguenti funzioni sono pari, quali sono dispari, quali sono periodiche e in quel caso dire qual'è il periodo minimo

$$f(x) = \sin x^3, g(x) = |x|+2, h(x) = |x+2|, k(x) = \sin 3x, f_1(x) = x^2+x+1$$

$$f_2(x) = \frac{x^2+2}{x^2-1}, f_3(x) = \cos \frac{x+2}{x-1}, f_4(x) = x^3+x$$

2) Il grafico della funzione f è dato in basso. Determinare l'insieme di definizione e disegnare il grafico delle seguenti funzioni $g(x) = f(x+3)$, $h(x) = f(x-1)$, $k(x) = |f(x)-1|$, $f_1 = -f(-x)$, $f_2(x) = f(|x|)$, $f_3(x) = f(|x-2|)$, $f_4(x) = -f(|x|+1)$.

3) Sia $f(x) = \sin(3x) + \cos(2x)$ determinare il periodo minimo di f .

4) Determinare il dominio di definizione delle funzioni $f(x) = \sqrt{\frac{x+2}{x-1}}$, $g(x) = \tan(2x + \frac{\pi}{4})$, $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$.

5) Sia $f : [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}] \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $f(x) = \sin(2x)$. Dimostrare che esiste la funzione inversa di f trovarne l'insieme di definizione e l'espressione esplicita in termini della funzione "arcseno".

6) Sia $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $f(x) = \cos 4x$. Determinare D affinché f sia una funzione monotona crescente.

7) Determinare l'insieme I delle $x \in \mathbb{R}$ tali che

$$|\cos 2x| < \frac{1}{2}$$

(suggerimento: usare le proprietà qualitative della funzione $|\cos 2x|$.)

8) Sia $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $f(x) = x^2 + 3x - 4$. Determinare il più grande insieme D tale che f sia invertibile. Per $D = \mathbb{R}$ disegnare il grafico di f , usando il fatto che si conosce il grafico di x^2 .

9) Disegnare i grafici delle funzioni

$$f_1(x) = 2[x]-x \text{ (} [.] \text{ indica la funzione "parte intera")}, f_2(x) = |2x+3|-4x, \\ f_3(x) = 4 - |2-x|, f_4(x) = [2x] + |x|.$$