

Decimo foglio di Esercizi di Matematica I, 02/03

I. Birindelli

1) Calcolare

$$\int_0^2 x|x-1|dx.$$

2) Determinare l'integrale indefinito:

$$\int \frac{\sqrt{x}+1}{(x-1)\sqrt{x}} dx$$

3) Calcolare il volume del solido di rotazione ottenuto ruotando intorno all'asse delle x , il trapezoide delimitato dal grafico della funzione $f(x) = x^2 + 1$, l'asse delle x e le rette $x = 1$, $x = 2$.

4) Calcolare il volume del solido di rotazione ottenuto ruotando intorno all'asse delle z , il trapezoide delimitato dal grafico della funzione $f(x) = x^2 - x$, l'asse delle x e le rette $x = 1$, $x = 2$.

5) Calcolare

$$\int_0^\pi x \sin(3x) dx, \quad \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \sin x dx \quad \int_1^2 \frac{3}{2+x^2} dx.$$

6) Calcolare la lunghezza del grafico della funzione $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ tale che $f(x) = (2x + 3)^{\frac{3}{2}}$

7) Disegnare la superficie piana $A = \{(x, y); x^2 - 2x < y < x\}$ e determinarne l'area.

9) Calcolare gli integrali seguenti $\int_{-5}^7 |(x-2)(x+3)| dx$ $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$

10) Determinare il volume della regione ottenuta facendo ruotare intorno all'asse delle x la superficie delimitata da $y = \frac{1}{1+x^2}$, $y = 2$, $x = 0$, $x = 1$. Trovare anche il volume della regione ottenuta facendo ruotare la stessa superficie intorno all'asse delle y . Disegnare queste due regioni.

11) La regione triangolare delimitata da $y = x$, $y = 0$ e $x = a > 0$ è fatta ruotare intorno all'asse $x = b > a$. Disegnare e determinare il volume del solido così generato.

12) Determinare il volume dell'ellissoide di rivoluzione ottenuto facendo ruotare l'ellisse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ attorno all'asse delle x .