Compito di Fisica Generale II per l'appello straordinario del 11 aprile 2017
Proff. S. Caprara, G. Amelino-Camelia

Esercizio 1. Si consideri la distribuzione di carica a simmetria sferica descritta dalla densità di carica

$$\rho(r) = \begin{cases} \dfrac{A}{4\pi}(a-r)(r-3a), & \text{per } r \leq 3a, \\ 0, & \text{per } r > 3a, \end{cases}$$

dove $a > 0$ e A sono parametri dimensionali, e r è la coordinata radiale sferica di un opportuno sistema di riferimento la cui origine coincide con il centro della distribuzione.

1. Si determini la carica totale Q_{tot} associata alla distribuzione assegnata.

2. Si determini il campo elettrostatico $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ generato in tutto lo spazio dalla distribuzione assegnata. Si indichi con $\hat{\boldsymbol{r}}$ il versore radiale.

3. Si determini il potenziale elettrostatico $V(r)$ generato in tutto lo spazio dalla distribuzione assegnata, assumendo che esso si annulli all'infinito.

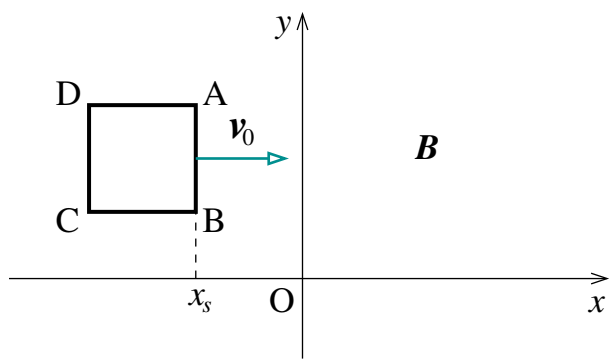

FIG. 1.

Esercizio 2. La spira rigida quadrata ABCD, di lato a, massa m, e resistenza elettrica R, è vincolata a muoversi di moto traslatorio sul piano xy, mantenendo i lati paralleli agli assi di un opportuno sistema di riferimento cartesiano ortogonale. All'istante $t = 0$ la spira giunge con velocità $\boldsymbol{v}_0 = v_0\,\hat{\boldsymbol{x}}$ alla frontiera del semipiano $x > 0$, nel quale è presente un campo di induzione magnetica $\boldsymbol{B} = b(x)\,\hat{\boldsymbol{z}}$, perpendicolare al piano xy. Con $\hat{\boldsymbol{x}}$ e $\hat{\boldsymbol{z}}$ si indicano i versori dei rispettivi assi. Il campo $\boldsymbol{B}$ dipende dalla posizione secondo la legge $b(x) = \beta x$, per $x > 0$, dove β è un parametro dimensionale. Si individui la posizione della spira con l'ascissa x_s comune a tutti i punti del lato AB, come mostrato in FIG. 1.

1. Si esprimano il flusso del campo $\boldsymbol{B}$ concatenato con la spira, in funzione della posizione della spira, $\Phi(x_s)$, e l'intensità della corrente indotta nella spira, in funzione della posizione e della velocità della spira, $i(x_s, \dot{x}_s)$. Si riferisca il segno di i al verso di percorrenza della spira concorde con la normale $\hat{\boldsymbol{z}}$.

2. Si determini la forza che agisce sulla spira, in funzione della posizione e della velocità della spira, $\boldsymbol{F}(x_s, \dot{x}_s)$.

3. Si determinino la velocità della spira $v = \dot{x}_s$, in funzione della posizione della spira x_s e della velocità iniziale v_0, e il valore minimo della velocità iniziale, v_0^{min}, che consente alla spira di entrare completamente nel semipiano $x > 0$.