Compito di Fisica Generale II - 30 giugno 2014
S. Caprara e A. Crisanti

Il Candidato discuta i seguenti quesiti.

Es. 1
Si consideri il seguente campo elettrostatico $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ definito in tutto lo spazio:

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \begin{cases} 0 & r < a \\ \dfrac{K}{\epsilon_0}\left[\dfrac{a}{r} - \left(\dfrac{r}{a}\right)^3\right]\boldsymbol{r} & a \le r \le 2a \\ -12\,\dfrac{K}{\epsilon_0}\left(\dfrac{a}{r}\right)^3\boldsymbol{r} & r > 2a \end{cases}$$

dove $a > 0$ e K sono costanti dimensionali e $\boldsymbol{r}$ è il vettore che individua la posizione di un punto generico P rispetto all'origine. Si chiede di determinare:

1. in ogni punto dello spazio le densità di carica di volume $\rho(\boldsymbol{r})$ e di superficie $\sigma(\boldsymbol{r})$ che generano il campo elettrostatico $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r})$ dato;
2. il potenziale elettrostatico $V(r)$ generato dalla distribuzione di carica in esame in ogni punto dello spazio, sapendo che $\lim_{r\to\infty} V(r) = 0$;
3. la carica totale Q della distribuzione in esame.

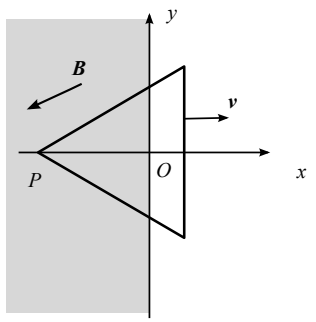

FIG. 1.

Es. 2
Una spira triangolare equilatera, con lato di lunghezza ℓ, si muove con velocità costante $\boldsymbol{v}$ parallelamente all'asse x, come mostrato in figura, nel semipiano $x < 0$, dove è presente un campo di induzione magnetica costante $\boldsymbol{B}$ perpendicolare ed uscente dal piano. All'istante $t = 0$ il lato della spira parallelo all'asse y esce dal semipiano $x < 0$ ed entra nel semipiano $x > 0$, dove non vi sono campi di induzione magnetica. Sapendo che la spira ha una resistenza elettrica complessiva R, ed indicando con $\boldsymbol{x}$ il vettore che individua la posizione del vertice P della spira rispetto all'origine O del sistema di riferimento (x, y), si chiede di determinare:

1. la forza elettromotrice indotta $f_{\rm em}$ al tempo $t \in [0, t_0]$, dove t_0 è l'istante in cui il vertice P esce dal semipiano $x < 0$. Si assuma la spira orientata concorde agli assi (x, y);
2. la forza totale $\boldsymbol{F}(t)$ a cui è soggetta la spira al tempo $t \in [0, t_0]$ [modulo, direzione e verso];
3. il lavoro $L(x)$ compiuto dalla forza esterna necessaria per mantenere il moto della spira rettilineo uniforme quando la spira è uscita di un tratto d dal semipiano $x < 0$ [nota bene: esprimete d in funzione della coordinata x del vertice P];
4. l'energia $W_{\rm J}$ dissipata per effetto Joule durante tutto il processo, ossia nell'intervallo di tempo $[0, t_0]$.