

Corso di Laurea Specialistica in Matematica
Prova scritta di Istituzioni di Algebra superiore del 1-7-2014
Prof. Paolo Papi

NOME

COGNOME

Il tempo a disposizione è di due ore e mezzo. Non si possono usare testi o appunti.

Esercizio 1. Sia \mathfrak{g} un'algebra di Lie semplice complessa di dimensione finita e V una rappresentazione (complessa) di L . Dimostrare che la somma degli spazi peso di V è diretta.

Esercizio 2. Sia \mathfrak{g} un'algebra di Lie semisemplice, \mathfrak{h} una sottoalgebra di Cartan, Δ il corrispondente sistema di radici. Sia Δ^+ un sistema positivo. Dimostrare che

$$\mathfrak{b} = \mathfrak{h} \oplus \bigoplus_{\alpha \in \Delta^+} \mathfrak{g}_\alpha$$

è una sottoalgebra risolubile massimale.

Esercizio 3. Determinare i sistemi di radici con al più tre componenti irriducibili il cui gruppo di Weyl ha ordine minore o uguale a 120.

Esercizio 4. Dimostrare che la riflessione rispetto alla radice semplice α permuta le radici positive diverse da α .

Esercizio 5. Sia \mathfrak{g} un'algebra di Lie semplice di tipo B_2 . Calcolare la dimensione della rappresentazione irriducibile di peso più alto la radice più alta corta.

Esercizio 1.

Esercizio 2.

Esercizio 3.

Esercizio 4.

Esercizio 5.