Diario delle lezioni di Fisica Matematica Superiore 2013/14

Data	Argomenti trattati	Esercizi o riferimenti
	Parte I: Elementi di analisi armonica	
Lezione 1 02.10.2013	**1. Serie di Fourier 1.1 Trasformata di Fourier in $L^1(T^1)$:** Proprietà elementari. Intreccio tra l'azione del gruppo delle traslazioni e del gruppo delle moltiplicazioni per i caratteri. Relazione tra regolarità della funzione e decrescita dei coefficienti di Fourier.	
Lezione 2 04.10.2013	**1.2. Sintesi di Fourier:** Convergenza della serie di Fourier in $L^2(T^1)$. Oscillazioni di Gibbs. Convergenza uniforme della serie di Fourier di funzioni regolari. Condizione sufficiente per la convergenza assoluta della serie dei coefficienti di Fourier.	
Lezione 3 09.10.2013	**1.3. Applicazione alle EDP.** Caso prototipo: equazione del calore. Formulazione di *Ansatz* sulla soluzione. Esistenza e unicità della soluzione con dato in $L^2(T^1)$; regolarità della soluzione (per t>0); comportamento asintotico nel futuro; continuità nel tempo (t>0) in senso L^2 (esercizio).	
Lezione 4 11.10.2013	**1.4. Teoria di Fourier & diagonalizzazione di operatori.** Intro: caso finito-dimensionale. Reinterpretazione della trasformata di Fourier. Prime nozioni sugli operatori illimitati. Basi di Hilbert in $L^2([0,L])$ e diagonalizzazione di operatori differenziali con prescritte condizioni al bordo (Dirichlet, Neumann, periodicità).	
Lezione 5 16.10.2013	**1.5. Estensione d-dimensionale.** Teorema sul prodotto tensoriale di basi di Hilbert. Teoria di Fourier in $L^2(T^d)$, d>1. Applicazioni ed esercizi. **2. Integrale di Fourier. 2.0 Dalla serie all'integrale di Fourier:** formulazione di u n *Ansatz* sulla definizione e sulle proprietà fondamentali della teoria di Fourier in R^d.	Primo foglio di **esercizi proposti**

Data	Argomenti trattati	Esercizi o riferimenti
Lezione 6 18.10.2013	**2.1 Trasformata di Fourier in** $L^1(R^d)$**:** Definizione. Proprietà elementari. Intreccio tra l'azione di gruppi notevoli. Convoluzione.Dimostrazione classica del lemma di Riemann-Lebesgue. Trasformata di una funzione Gaussiana e principio di incertezza di Fourier.	Secondo foglio di **esercizi proposti**
Lezione 7 23.10.2013	**2.2. Trasformata tra spazi classici:** Spazio di Schwartz e sua invarianza rispetto alla trasformata di Fourier. Richiamo: il teorema di estensione limitata. Lemma di Riemann-Lebesgue.	Terzo foglio di **esercizi proposti**
Lezione 8 25.10.2013	Teorema di Fourier-Plancherel (unitarietà della trasformata in $L^2(R^d)$). **2.3. Applicazione alle EDP in** R^d Equazione del **calore**: esistenza, unicità, regolarità della soluzione; discussione della funzione di Green.	
Lezione 9 30.10.2013	Equazione delle **onde** (con dati regolari): conservazione dell'energia, funzione di Green, "*acustica d-dimensionale*". Propagazione ondulatoria: fronti d'onda, periodo, lunghezza d'onda, vettore d'onda.	
	Parte II: verso la Mecc. Quantistica	
Lezione 10 06.11.2013	**1. Crisi della Fisica classica.** Uno studente viennese a inizio Novecento. Nuove scoperte: l'elettrone, le righe spettroscopiche, l'esperimento di Rutherford. Nuove sfide: il problema della stabilità atomica (legge di Hertz).	
Lezione 11 08.11.2013	**2. Il modello atomico di Bohr.** Ipotesi del modello. L'origine storica della regola di selezione. Predizioni del modello: energie ammissibili e frequenza della radiazione emessa [derivazione completa e dettagliata].	

Data	Argomenti trattati	Esercizi o riferimenti
Lezione 12 22.11.2013	**3. Una Meccanica Ondulatoria?** Reinterpretazione della formula di Planck e relazione di dispersione per una possibile meccanica ondulatoria. Costruzione di equazioni con prescritte soluzioni ondulatorie: equazione di Klein-Gordon e di Schrödinger. **4. L'equazione di Schrödinger libera.** Esistenza, unicità e forma esplicita della soluzione per dato in $H^2(R^d)$. Regolarità della soluzione. Conservazione della norma. Evoluzione temporale di dati in $L^2(R^d)$. Leggi di conservazione e primo tentativo di interpretazione fisica.	
	Parte III: Meccanica Quantistica	
Lezione 13 27.11.2013	**1. L'interpretazione probabilistica.** Un esperimento tipico: la doppia fenditura. Regole interpretative: preparazione, stato, vettore di stato; evoluzione temporale.	
Lezione 14 29.11.2013	Regole interpretative (continua): misure elementari e proiettori ortogonali. Dalle misure elementari alle misure generiche: dai proiettori ortogonali agli operatori autoaggiunti; descrizione di valore atteso e varianza di una misura. Esempi rilevanti: posizione, momento, energia cinetica, energia totale.	
Lezione 15 04.12.2013	**2. Il principio di indeterminazione**: Teorema generale. Applicazione a posizione e momento: il principio di Heisenberg. Il ruolo della costante di Planck.	
Lezione 17 05.12.2013 (ex 20.11)	**3. Dinamica in potenziali esterni** **3.1. Dinamica di particelle confinate:** condizioni al bordo e scelta di opportune basi di autofunzioni. **3.2 Dinamica in campi elettrici:** ambiguità legata alla definizione dell'energia potenziale (a meno di costante); esempi di potenziali rilevanti.	

Data	Argomenti trattati	Esercizi o riferimenti
Lezione 17 06.12.2013	**4. Oscillatore armonico** Teorema fondamentale: esistenza e costruzione di una base di Hilbert di autofunzioni di H_{osc} [Include: proprietà algebriche degli operatori di creazione e distruzione; proprietà elementari dei polinomi di Hermite]	
Lezione 18 11.12.2013	L'energia dello stato fondamentale: stima a priori basata sul principio di indeterminazione. Dinamica in potenziale armonico: periodicità delle soluzioni e del loro modulo.	
Lezione 19 13.12.2013	**5. Simmetrie in Mecc. Quantistica** Trasformazioni attive e passive di un sistema fisico. Simmetrie in Meccanica Classica. Simmetrie in MQ come automorfismi dello spazio degli stati: trasformazioni proiettive, **teorema di Wigner** (enunciato). Simmetrie in MQ come automorfismi dell'algebra delle osservabili: forma indotta dal principio di relatività. Rappresentazioni proiettive di **gruppi di trasformazioni:** sono indotte da rappresentazioni unitarie? Il teorema di **Wigner-Bargmann** (enunciato).	
Lezione 20 18.12.2013	**6. Dinamica in campi magnetici** Equazioni di Maxwell (richiami). Condizioni sufficienti e necessarie per l'esistenza di potenziali elettromagnetici (digressione inessenziale sulla teoria di *de Rahm*). L'**invarianza di gauge** delle equazioni di Maxwell. Gauge notevoli: Poincaré e Coulomb. Operatore Hamiltoniano in presenza di campi magnetici. La **covarianza di gauge** della Meccanica Quantistica. Reinterpretazione come “simmetria fittizia” della teoria.	

Data	Argomenti trattati	Esercizi o riferimenti
Lezione 21 20.12.2013	**6b. Dinamica in campo magnetico uniforme** Operatore Hamiltoniano nel gauge simmetrico. Analogia strutturale con l'operatore $H_{osc.}$ Teorema di esistenza e costruzione di una base di autofunzioni della Hamiltoniana; **livelli di Landau.** Dinamica classica in campo magnetico uniforme e costanti del moto (centro dell'orbita di ciclotrone). Costruzione di analoghe costanti del moto in MQ. Le **traslazioni magnetiche di Zak**. Corollario: infinita degenerazione dei livelli di Landau.	
Lezione 22 8.01.2014	**7. Simmetria per rotazioni** Richiami sul gruppo delle rotazioni SO(3): definizione, descrizione parametrica e struttura topologica. La rappresentazione naturale di SO(3) in $L^2(R^3)$. Struttura infinitesima: definizione degli operatori momento angolare come generatori della simmetria. Lemma: descrizione esplicita degli operatori momento angolare (in rappr. naturale).	
Lezione 23 10.01.2014	**L'algebra del momento angolare.** Relazioni di commutazione di so(3) = su(2). Teorema fondamentale sugli autovalori simultanei di J^2 e J_3. Applicazione alla rappresentazione naturale: armoniche sferiche.	
Lezione 24 15.01.2014	**7 . Il problema di Keplero quantistico (atomo idrogenoide)** Completare con dettagli	

Il presente diario vale come Programma consuntivo del corso per l'esame orale.

Legenda:

Una "Lezione" corrisponde a due ore di spiegazioni frontali.

L'indicazione della **data** senza parentesi significa che il Diario è stato aggiornato in base ai temi effettivamente trattati in aula. Per quanto riguarda le **lezioni future**, il Diario deve intendersi unicamente come un "dichiarazione di intenti": i temi effettivamente trattati potrebbero differire, anche significativamente, da quelli indicati a priori.