

Corso di Laurea in Matematica. SAPIENZA Università di Roma
Prova scritta del Corso di Analisi Numerica - 26/01/2015

1. È assegnata la matrice $A \in \mathbb{R}^{4 \times 4}$

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

- (a) Stabilire se è possibile fattorizzare A con il metodo di Cholesky;
 - (b) fornire una maggiorazione per il numero di condizionamento $\kappa_2(A)$;
 - (c) fornire una maggiorazione per il raggio spettrale $\rho(A)$;
 - (d) determinare l'intervallo (aperto) nel quale è possibile scegliere il parametro di rilassamento ω per avere garanzia di convergenza del metodo SOR applicato ad un sistema lineare con matrice dei coefficienti A .
2. Spiegare perché la costante di Lebesgue assume il significato di numero di condizionamento del problema dell'interpolazione.
3. Dimostrare che il grado di precisione di una formula di quadratura a $n + 1$ nodi, non può essere maggiore o uguale a $2n + 2$.
4. È assegnato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = -4y(t) & t > 0, \\ y(0) = 1. \end{cases}$$

- (a) Stabilire per quali valori del passo di discretizzazione h lo schema di Heun applicato a tale problema è assolutamente stabile;
- (b) eseguire un passo dello schema di Heun con $h = 0.1$;
- (c) scrivere una function MATLAB che compia un passo del metodo di Heun per la soluzione numerica di una equazione differenziale del primo ordine;
- (d) scrivere uno script MATLAB che chiami la function al punto (c) e produca la soluzione approssimata calcolata al punto (b).