

Corso di Laurea in Matematica. SAPIENZA Università di Roma
Prova scritta del Corso di Analisi Numerica - 08/09/2014

1. Sia assegnata la seguente tavola di una funzione $f \in C^2[0, 1]$:

x	$f(x)$
0	-8
1/2	-27/8
1	-1

Assumere che valga $-12 \leq f''(x) \leq -6, \forall x \in [0, 1]$.

Fornire le migliori limitazioni, inferiore e superiore, che le informazioni a disposizione consentono di ottenere per l'integrale $\int_0^1 f(x)dx$.

2. Assegnata la matrice $A \in \mathbb{C}^{4 \times 4}$

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0.1 & 0 & 0 \\ -0.2i & 1 & 0 & 0.1 \\ 0 & 0 & 2 & -0.4i \\ 0 & -0.2 & 0.4i & 4 \end{pmatrix}$$

- (a) stabilire se si può escludere
- la singolarità di A ;
 - l'esistenza di autovalori multipli;
 - l'esistenza di autovalori con parte immaginaria non nulla;
 - l'esistenza di autovalori immaginari puri;
- (b) fornire limitazioni per il raggio spettrale $\rho(A)$;
- (c) al fine di approssimare l'autovalore di modulo massimo di A , verificare l'applicabilità del metodo delle potenze e del metodo delle potenze inverse con shift opportuno e stabilire quale converrà utilizzare. (Suggerimento: confrontare le maggiorazioni delle costanti c che compaiono nelle stime delle velocità di convergenza $\mathcal{O}(c^k)$, per $k \rightarrow \infty$, delle successioni generate dalle relazioni ricorrenti dei due metodi considerati.) Scrivere la chiamata al codice MATLAB che implementa il metodo prescelto, arrestando le iterazioni quando la distanza tra due approssimazioni successive è minore di 10^{-5} .