

1. Assegnata la matrice $A \in \mathbb{C}^{4 \times 4}$

$$A = \begin{pmatrix} -i & 0.5i & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0.5 \\ 0.5i & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & i & 2i \end{pmatrix}$$

- (a) stabilire se si può escludere
- la singolarità di A ;
 - la difettività di A ;
 - l'esistenza di autovalori reali negativi;
- (b) fornire limitazioni per il raggio spettrale $\rho(A)$;
- (c) stabilire se sono soddisfatte le ipotesi per l'applicazione del metodo delle potenze, motivando o esibendo eventuali controesempi.
2. Spiegare perché la costante di Lebesgue assume il significato di numero di condizionamento del problema dell'interpolazione.
3. Assegnato l'integrale

$$I(f) = \int_{-0.1}^{0.1} f(x) dx,$$

assumere che $\forall x \in [-0.1, 0.1]$ valga $-1.000 \leq f''(x) \leq -0.334$;

- (a) calcolare il numero minimo di sottointervalli m^* in cui si deve suddividere l'intervallo di integrazione per avere garanzia che il valore assoluto dell'errore E_{0,m^*} prodotto dalla formula del punto medio composita (ovvero la formula dei rettangoli) sia minore di $3 \cdot 10^{-5}$;
- (b) stabilire se I_{0,m^*} è una stima per difetto o per eccesso di $I(f)$.