Corso di Laurea in Matematica. SAPIENZA Università di Roma

Prima prova in itinere del Corso di Analisi Numerica - 28 Aprile 2014

1. Dimostrare che matrici simili hanno il medesimo spettro.

2. La funzione

$$f(x) = 1 - (x-1)^2 \exp(x-1),$$

   (a) ha un unico zero, che risulta essere maggiore di 1. Scegliere un'approssimazione iniziale $x^{(0)}$ per il metodo di Newton e motivare la scelta effettuata;

   (b) scrivere la relazione ricorrente del metodo e stabilire se $x^{(1)}$ si trova a sinistra o a destra di $x^{(0)}$;

   (c) scrivere i comandi per l'esecuzione della function **newtonxsys** per ottenere in output una soluzione approssimata con cinque cifre significative esatte e il numero di iterazioni effettuate. Fissare a otto il massimo numero di iterazioni che possono essere eseguite.

3. Assegnata la matrice $A \in \mathbb{C}^{4\times 4}$

$$A = \begin{pmatrix} -2 & \frac{2\mathrm{i}}{10} & 0 & \frac{1-2\sqrt{2}\mathrm{i}}{10} \\ -\frac{2\mathrm{i}}{10} & \frac{7}{10} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{2\mathrm{i}}{10} \\ \frac{1+2\sqrt{2}\mathrm{i}}{10} & 0 & \frac{2\mathrm{i}}{10} & 6 \end{pmatrix}$$

   (a) stabilire se si può escludere l'esistenza di autovalori multipli;

   (b) stabilire se si può escludere l'esistenza di autovalori immaginari puri;

   (c) fornire una maggiorazione per il numero di condizionamento in norma spettrale $\kappa_2(A)$;

   (d) fornire limitazioni per il raggio spettrale $\rho(A)$;

   (e) stabilire se è possibile fattorizzare A con il metodo di Cholesky;

   (f) stabilire se il metodo di Gauss Seidel applicato ad un sistema lineare con matrice dei coefficienti A converge alla soluzione;

   (g) stabilire se il metodo SOR applicato ad un sistema lineare con matrice dei coefficienti A converge alla soluzione se $\omega = -\frac{1}{2}$;

   (h) stabilire se il metodo SOR applicato ad un sistema lineare con matrice dei coefficienti A converge alla soluzione se $\omega = \frac{1}{2}$.