Corso di Laurea in Matematica, SAPIENZA Università di Roma

Corso di ANALISI NUMERICA 2013/2014
Esercitazioni in Laboratorio

Foglio 4: Metodi per l'approssimazione di radici di equazioni non lineari

A. Scrivere i codici **fixpoint** e **newtonxsys** che implementano i seguenti metodi:

1. Metodo del punto fisso
2. Metodo di Newton
3. Metodo di Newton in $\mathbb{R}^2$

per l'approssimazione di radici di equazioni non lineari o sistemi di equazioni non lineari. I codici possono essere trascritti dal manuale Matematica Numerica di Quarteroni, Sacco, Saleri, dopo aver apportato le modifiche discusse in classe - per esempio la modifica sul criterio di arresto e sull'uso della function *feval* al posto di *eval*.

B. Studiare la sintassi delle seguenti funzioni intrinseche del MATLAB

```
eval
feval
inline
fplot
compan
fsolve
```

C. Laboratorio.

1. Approssimare la radice di $f(x) = x + \log_e(x)$, dove $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, facendo uso del metodo di Newton e del metodo del punto fisso con $\phi_1(x) = e^{-x}$ e con $\phi_2(x) = -\log_e(x)$. Partire da $x_0 = 0.5$ e fissare la tolleranza a 10^{-8}. Visualizzare in un unico grafico in scala semilogaritmica l'andamento dell'errore nei due metodi.

2. Per il calcolo dell'unico zero reale della funzione $f(x) = x^3 - x^2 + 8x - 8$, ovvero $\alpha = 1$, applicare con medesima approssimazione iniziale e con tolleranza 10^{-5} (al fine di ottenere una soluzione approssimata con cinque cifre significative esatte) quattro diversi metodi di punto fisso, descritti rispettivamente da

   - $\phi_1(x) = -x^3 + x^2 - 7x + 8$,
   - $\phi_2(x) = \dfrac{8 - x^3}{8 - x}$,

- $\phi_3(x) = -\frac{1}{10}x^3 + \frac{1}{10}x^2 + \frac{1}{5}x + \frac{4}{5}$,
- $\phi_4(x) = \frac{2x^3 - x^2 + 8}{3x^2 - 2x + 8}$.

In caso di convergenza, calcolare l'errore compiuto ed analizzare i risultati ottenuti.

3. Applicare il metodo di Newton per approssimare la soluzione di

$$\begin{cases} f_1(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 1 = 0, \\ f_2(x_1, x_2) = \sin(\pi x_1/2) + x_2^3 = 0. \end{cases}$$

Porre $x_0 = [1; 1]$, tolleranza $= 10^{-5}$ e numero massimo di iterazioni $= 10$.

4. Scrivere una function che, preso in input un vettore v di $n + 1$ componenti - di cui la prima unitaria, dia in output gli autovalori della matrice $n \times n$ companion del polinomio $v(1)x^n + v(2)x^{n-1} + \cdots + v(n)x + v(n + 1)$. Non usare la funzione **compan**. Confrontare il risultato con l'output ottenuto dall'applicazione di **roots**.