

Corso di ANALISI NUMERICA 2013/2014
Esercitazioni in Laboratorio

Foglio 3: METODI PER L'APPROSSIMAZIONE DEGLI AUTOVALORI

A. Scrivere i codici **gershgorin**, **powerm** e **invpower** che implementano i seguenti metodi:

1. Metodo di localizzazione degli autovalori (Teorema di Gershgorin)
2. Metodo delle potenze
3. Metodo delle potenze inverse

per l'approssimazione degli autovalori di una matrice A , dove A è una matrice in $\mathbb{C}^{n \times n}$. Alcuni dei codici possono essere trascritti dal manuale Matematica Numerica di Quarteroni, Sacco, Saleri, dopo aver apportato le modifiche discusse in classe - per esempio, nella soluzione di sistemi triangolari si devono usare i codici descritti nel Foglio 1, e nei codici che implementano il metodo delle potenze ed il metodo delle potenze inverse il criterio d'arresto deve essere dato dal controllo dell'incremento nell'approssimazione dell'autovalore.

B. Studiare la sintassi delle seguenti funzioni MATLAB

qr
schur
hess
condeig
wilkinson
poly
roots

C. Testare i codici. Verificare che le proprietà delle matrici necessarie al buon funzionamento dei metodi siano verificate. Applicare i codici. Calcolare il numero di condizionamento spettrale della matrice.

D. Laboratorio.

1. Applicare il metodo delle potenze ed il metodo delle potenze inverse con $\mu = 0$ alla matrice `wilkinson(7)`. Fissare la tolleranza a 10^{-10} . Commentare i risultati ottenuti.

2. Costruire la matrice $A = [a_{i,j}] \in \mathbb{R}^{25 \times 25}$ tale che

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1/(i+j-1) & j \geq i \\ 0 & \text{altrimenti.} \end{cases}$$

Approssimare l'autovalore di modulo minimo e l'autovalore più vicino a 2, con tolleranza 10^{-10} . Visualizzare lo spettro della matrice, calcolato con la funzione **eig**, e commentare il risultato ottenuto.

3. Applicare il metodo di Gershgorin alla matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & -2 + 2i & 2\sqrt{2} \\ 0.25 & 2 & -5.75i \end{pmatrix}$.
Si può escludere che A abbia autovalori multipli? Si può assicurare che A sia invertibile?

4. Applicare il metodo delle potenze inverse con opportuni valori iniziali μ per approssimare con tolleranza 10^{-5} l'intero spettro della matrice

$$A = \begin{pmatrix} 15 & -2 & 2 \\ 1 & 10 & -3 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Confrontare i risultati con quelli forniti dalla funzione **eig**.

5. Applicare il metodo delle potenze alla matrice $\text{diag}(1:5)$ con tolleranza a piacere e con il seguente vettore iniziale

```
z=[ones(n-2,1);0;0];  
z=z/norm(z);
```

Commentare il risultato ottenuto.

6. Calcolare gli autovalori della matrice

```
A=diag(1:25);
```

come zeri del polinomio caratteristico di A - facendo uso delle funzioni **roots** e **poly**. Visualizzare lo spettro nel piano complesso e commentare il risultato ottenuto.

7. Applicare **condeig** alle matrici $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.