"CALCOLO 1"
Corso di Laurea in Matematica a.a. 2013/2014

DOCENTI : M.M. Porzio & F. Leoni

Prova scritta del 17 Settembre 2014

Esercizio 1 Calcolare

$$\lim_{n\to+\infty} n\left(n\log\left(1+\frac{1}{n}\right)-1\right).$$

Esercizio 2 Dimostrare che, per ogni intero $n \geq 2$,

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{\sqrt{k}} < 2\sqrt{n}-1\,.$$

Esercizio 3 Si studi al variare del parametro $x > 0$ la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty}\frac{\log(1+nx)}{nx^n}\,.$$

Esercizio 4 Si studi la funzione

$$f(x) = \sqrt{x(x-2)} - x\,,$$

determinando insiemi di definizione, continuità, derivabilità e monotonia, limiti agli estremi ed eventuali asintoti, massimi e minimi assoluti e relativi, concavità, convessità e grafico.

Esercizio 5 Determinare il polinomio di Mac Laurin di ordine 3 della funzione

$$f(x) = \int_0^x t\,e^{t^4}dt\,.$$

Esercizio 6 Stabilire se converge ed eventualmente calcolare

$$\int_1^{+\infty}\frac{1}{x^2}\sqrt{\frac{x}{x+1}}\,dx\,.$$