Corso di laurea in Matematica a.a. 2013/2014
Calcolo 1
Scheda 12

1) Calcolare i seguenti integrali indefiniti

$$\int \frac{\sin x + \cos x \sin x}{\cos^2 x + 3\cos x + 2} dx \qquad \int \frac{x+3}{x^2+4x+4} dx \qquad \int \frac{2x+4}{x^2-x+10} dx$$

2) Calcolare i seguenti integrali definiti

$$\int_0^3 \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} dx \qquad \int_2^4 \frac{3\sqrt{x}-2}{x^2(1-\sqrt{x})^2} dx$$

3) Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{4}{5+3\cos(2x)} dx$$

4) Calcolare i seguenti integrali indefiniti

$$\int \frac{e^x}{e^{2x}+1} dx, \qquad \int \sin(\log x) dx, \qquad \int \frac{x^3}{x^8+1} dx.$$

5) Calcolare i seguenti integrali indefiniti

$$\int \frac{1}{\sqrt{x}(x-1)} dx, \qquad \int \cos^3 x \, dx, \qquad \int \frac{1}{9+e^x} dx$$

6) Siano α, β reali positivi. Dimostrare che

$$\int_0^1 x^\alpha (1-x)^\beta dx = \int_0^1 x^\beta (1-x)^\alpha dx$$

7) Sia $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ continua. Dimostrare che

$$\int_0^\pi x f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi f(\sin x) dx$$

(suggerimento: porre $t = \pi - x$).

8) Stabilire se i seguenti integrali sono convergenti o meno

$$\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2(2 + \cos x)}, \qquad \int_1^2 \frac{dx}{\sqrt{\log(x)}},$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{|\sin x|^\beta}{x^2} dx, \ (\beta > 0), \qquad \int_1^{+\infty} \left(\frac{1}{x} + \arctan x - \frac{\pi}{2} \right) dx$$