

COGNOME ..... NOME .....

Una sbarretta omogenea di estremi A e B avente massa  $M$  e lunghezza  $L$  si muove in un piano verticale con l'estremo A sulla retta di equazione  $y = x$  in un sistema di coordinate ortogonali  $Oxy$ , con asse  $y$  verticale orientato verso l'alto. L'estremo B è soggetto ad una forza di richiamo elastica di costante  $k$  verso la sua proiezione sull'asse  $y$ . Si assumano come coordinate Lagrangiane l'ascissa  $x$  di A e l'angolo  $\theta$  che il segmento orientato AB forma col semiasse negativo delle ordinate misurato a partire da quest'ultimo in verso antiorario.

**Rispondere ai seguenti quesiti dandone dimostrazione nel foglio allegato**

1 - Energia cinetica  $T$ , lasciando indicato il momento d'inerzia

2 - Energia potenziale  $V$

3 - Configurazioni di equilibrio  $(x, \theta)$

4 - Derivate seconde di  $V$ :  $V_{xx}, V_{\theta\theta}, V_{x\theta}$

5 - Matrici Hessiane di  $V$  nelle configurazioni di equilibrio e eventuale stabilità o instabilità

6 - Eliminato il parametro  $k$  con la posizione  $k = Mg/L$ , configurazione di equilibrio stabile  $(x_1, \theta_1)$  ed equazioni differenziali delle piccole oscillazioni

7 - Posto  $\theta = 0$  equazione differenziale del sistema unidimensionale nella variabile  $x$

8 - Per le condizioni iniziali  $x = 0, \dot{x} = 0$  del sistema unidimensionale intervallo di valori assunto dalla  $x$

9 - Momenti d'inerzia  $I_A, I_G$  (G baricentro) in funzione di  $M, L$