

COGNOME NOME

Un semianello rigido omogeneo di massa M ha forma di una semicirconferenza di raggio R e centro C con estremi A e B (la semicirconferenza è descritta in verso antiorario da A a B). Il semianello è vincolato a muoversi in un piano verticale con l'estremo A vincolato sull'asse orizzontale x di un riferimento Oxy con asse y orientato verso l'alto. Una forza elastica di richiamo di costante k verso l'origine è applicata al baricentro G del semianello. Si adottino come coordinate l'ascissa x di A e l'angolo θ che il segmento orientato AG forma col semiasse negativo delle ordinate misurato da questo in verso antiorario. Si denoti $D = |CG|$, $L = |AG|$, I_A , I_G i momenti d'inerzia del semianello rispetto ad assi per A e G e $\mu = Mg/kL$.

Rispondere ai seguenti quesiti dandone dimostrazione nel foglio allegato

1 - Energia cinetica T , lasciando indicati i momenti d'inerzia

2 - Energia potenziale V

3 - Derivate seconde di V : $V_{xx}, V_{\theta\theta}, V_{x\theta}$

4 - Matrici Hessiane di V per le configurazioni di equilibrio con $x = 0$ e eventuale stabilità o instabilità delle configurazioni

5 - Matrici Hessiane di V in eventuali configurazioni di equilibrio con $x \neq 0$ e eventuale stabilità o instabilità delle configurazioni

6 - Equazioni differenziali delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione $x = 0, \theta = 0$

7 - Posto $k = 0$ scrivere i due integrali primi del moto in funzione di $x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}$ e il loro valore in corrispondenza delle condizioni iniziali $x = 0, \dot{x} = 0, \theta = \pi/2, \dot{\theta} = 0$

8 - Per il moto di sopra ricondotto a un sistema unidimensionale in θ , stabilire se θ può assumere i valori 0 e π e i corrispondenti valori di $\dot{\theta}$

9 - Valori di D, I_A, I_G in funzione di M, R