

COGNOME NOME

Una lamina omogenea di massa M a forma di triangolo equilatero di lato L e vertici A, B, C si muove in un piano verticale col suo vertice A su una circonferenza di centro O e raggio R . Si assuma un sistema di assi Oxy con asse verticale y orientato verso l'alto. Il baricentro G della lamina è sottoposto ad una forza di richiamo elastica di costante k verso la sua proiezione sull'asse y . Si assumano come coordinate Lagrangiane l'angolo θ e l'angolo ϕ che i segmenti orientati \overrightarrow{OA} e \overrightarrow{AG} rispettivamente formano con il semiasse negativo delle ordinate, misurati a partire da quest'ultimo in verso antiorario. Si denotino D la distanza del baricentro della lamina da A , I_A e I_G i suoi momenti d'inerzia rispetto ad assi ortogonali alla lamina passanti per A e G .

Rispondere ai seguenti quesiti dandone dimostrazione nel foglio allegato

1 - Energia cinetica T , lasciando indicati i momenti d'inerzia

2 - Energia potenziale V

3 - Derivate seconde di V : $V_{\theta\theta}, V_{\phi\phi}, V_{\theta\phi}$

4 - Posto d'ora in poi $D = R$, matrici Hessiane di V in $\theta = 0, \phi = 0$; $\theta = 0, \phi = \pi$ e eventuale stabilità o instabilità delle configurazioni

5 - Matrici Hessiane di V in $\theta = \pi, \phi = 0$; $\theta = \pi, \phi = \pi$ e eventuale stabilità o instabilità delle configurazioni

6 - Equazioni differenziali delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione $\theta = 0, \phi = 0$

7 - Energia E in funzione di $\phi, \dot{\phi}$ posto il sistema in un piano orizzontale e fissato $\theta = \pi/2$. La costante additiva è scelta in modo che l'energia potenziale vale 0 in $\phi = 0$

8 - Per il moto con $E = kR^2/2$ stabilire se ϕ può assumere i valori $\pi/2$ e π e i corrispondenti valori di $\dot{\phi}$

9 - Valori di D, I_A, I_G in funzione di M, L