

COGNOME ..... NOME .....

Un disco rigido di massa  $M$  e raggio  $R$  si muove in un piano verticale con il suo centro  $C$  vincolato ad un profilo immateriale di equazione  $y = x^2/a$ ,  $a > 0$  riferito ad un sistema di assi  $Oxy$  con asse verticale  $y$  orientato verso l'alto. Un punto  $A$  sul bordo del disco è soggetto ad una forza di richiamo elastica di costante  $k$  verso la sua proiezione sull'asse  $x$ . Si assumano come coordinate Lagrangiane l'ascissa  $x$  del centro  $C$  e l'angolo  $\theta$  che il segmento orientato  $\overrightarrow{CA}$  forma con il semiasse negativo delle ordinate, misurato a partire da quest'ultimo in verso antiorario. Si assuma come parametro  $\mu = Mg/kR$ .

**Rispondere ai seguenti quesiti dandone dimostrazione nel foglio allegato**

.....  
1. energia cinetica

.....  
2. energia potenziale

.....  
3. configurazioni di equilibrio

.....  
4. stabilità delle configurazioni con  $x \neq 0$

.....  
5. equazioni delle piccole oscillazioni per la configurazione  $x = 0$ ,  $\theta = \pi/2$

.....  
6. periodi  $T_x$  e  $T_\theta$  delle piccole oscillazioni di  $x$  e di  $\theta$  e condizione di periodicit  del moto

.....  
7. energia  $E$  nelle variabili  $x$  e  $\dot{x}$  per il sistema unidimensionale ottenuto per  $\theta = 0$  fissata la costante additiva con  $V(0) = 0$

.....  
8. valori di  $E$ , del parametro  $\mu$ , della posizione e velocit  iniziale  $x_0$  e  $\dot{x}_0$  per i quali si ha un moto a meta asintotica nella variabile  $x$