COMPITO D'ESAME

Meccanica Razionale

23 giugno 2014

Docente Cammarota

Una sbarretta S di estremi A e B, centro C e lunghezza 2ℓ è composta da due sbarrette S_1 di estremi A e C ed S_2 di estremi C e B di diverso materiale. Le sbarrette S_1 ed S_2 hanno rispettivamente massa M_1 ed M_2 con $M_1 > M_2$.

La sbarretta S, di massa $M = M_1 + M_2$, è vincolata a muoversi in un piano verticale con il suo centro C libero di scorrere senza attrito su una retta orizzontale r. L'estremo A della sbarretta S è richiamato da una molla di costante elastica $k > 0$ verso un punto fissato O della retta r. Si scelga come riferimento cartesiano il sistema di assi ortogonali Oxy con origine O, asse x coincidente con la retta r ed asse y verticale orientato verso l'alto.
Si adottino come coordinate Lagrangiane l'ascissa x del centro C della sbarretta S e l'angolo ϕ che il segmento orientato $\overrightarrow{AB}$ forma con il semiasse positivo delle ascisse, misurato a partire da quest'ultimo in verso antiorario.

1. Si suppongano noti la distanza d da C del baricentro G della sbarretta S, il momento d'inerzia I_C della sbarretta S rispetto all'asse ortogonale al piano xy e passante per C ed il momento d'inerzia I_G della sbarretta S rispetto all'asse ortogonale al piano xy e passante per G. Si scriva la Lagrangiana del sistema e le relative equazioni di Lagrange.
2. Si trovino le configurazioni di equilibrio e se ne discuta la stabilità in funzione dei parametri del sistema.
3. Supponendo $\mu := \frac{Mgd}{k\ell^2} > 1$ si scrivano le equazioni delle piccole oscillazioni per le variabili x e ϕ attorno ad una configurazione di equilibrio stabile.
4. Nel caso in cui la molla è assente ($k = 0$) si scriva la Lagrangiana, si trovino gli integrali primi e se ne discuta il significato alla luce delle equazioni cardinali.
5. Si calcolino d, I_C ed I_G.