

ESERCIZI DI ALGEBRA 2

prof. Valentina Barucci

5 giugno 2014

1. Trovare i gruppi di Galois di $x^8 - 4$, di $x^8 - 9$ e di $x^5 + 3x^2 - 3x - 3$ su \mathbb{Q} .
2. Stabilire quali dei seguenti polinomi di $\mathbb{Q}[x]$ sono risolubili per radicali:
 $x^5 + 3x^2 - 3x - 3$
 $x^5 - 4x + 2$
 $x^6 - 4x^2 + 2x$
 $x^5 + 4x$
 $x^5 - 11$
3. Trovare un polinomio di $\mathbb{Q}[X]$ il cui gruppo di Galois sia isomorfo a $C_2 \times C_6$, dove C_i è il gruppo ciclico di ordine i .
4. Sia f un polinomio irriducibile di grado n su un campo F perfetto e supponiamo che Gal_f sia commutativo. Sia α una radice di f . Dimostrare che:
 - a) Il sottogruppo H di Gal_f corrispondente al campo intermedio $F(\alpha)$ è il sottogruppo banale.
 - b) Gal_f ha ordine n .
5. Trovare il campo di spezzamento E di $X^{63} - 1$ su \mathbb{Z}_3 . Esplicitare la corrispondenza di Galois in questo caso per l'estensione $\mathbb{Z}_3 \subset E$.
6. Dimostrare che
 - a) per ogni n , la trasposizione $(1\ 2)$ e il ciclo $(1\ 2\ \dots\ n)$ generano il gruppo simmetrico S_n .
 - b) Se p è primo, una trasposizione e un ciclo di lunghezza p generano S_p .