

ESERCIZI DI ALGEBRA 2

prof. Valentina Barucci

29 maggio 2014

1. Stabilire se gli angoli $2\pi/20$ e $2\pi/7$ si possono trisecare con riga e compasso.
2. Sia p un numero primo. Dimostrare che $\phi(p^k)$ è una potenza di 2 se e soltanto se $p = 2$, oppure $p = 2^{2^n} + 1$ e $k = 1$ (ϕ è la funzione di Eulero).
3. Trovare un'estensione di grado due di \mathbb{Q} contenuta in $\mathbb{Q}(\zeta)$, dove ζ è una radice primitiva nona dell'unità e stabilire se è unica.
4. Descrivere la corrispondenza di Galois per l'estensione ciclotomica $\mathbb{Q}(\zeta)/\mathbb{Q}$, dove ζ è una radice primitiva settima dell'unità.
5. Senza usare il teorema fondamentale dell'algebra, dimostrare che:
 - a) ogni polinomio di grado dispari di $\mathbb{R}[x]$ ha almeno una radice reale;
 - b) non esistono estensioni di grado due di \mathbb{C} .
6. Stabilire se i seguenti polinomi in x, y sono simmetrici e in caso affermativo esprimerli in funzione dei polinomi simmetrici elementari.

$$x^3 + y^3 - 2xy$$

$$x^3 + y^3 - 2x^2y + xy^2$$