ESERCIZI DI ALGEBRA 2
prof. Valentina Barucci
8 maggio 2014

1. Dimostrare che la formula risolutiva per le equazioni di secondo grado vale quando i coefficienti del polinomio sono in un campo a caratteristica diversa da 2.

2. Dimostrare il teorema cinese del resto nel caso di n ideali: se $I_1, \ldots, I_n$ sono ideali di un anello commutativo unitario A, due a due comassimali (ovvero $I_i + I_j = A$, se $i \neq j$), allora
$$A/I_1 \cap \cdots \cap I_n \cong A/I_1 \times A/I_2 \times \cdots \times A/I_n$$

3. Trovare i campi di spezzamento E_1, E_2 di
$$f(x) = (x^{12} - 1)(x^2 - 6x - 1)$$
su $\mathbb{Q}$ e su $\mathbb{Q}(\sqrt{3})$ rispettivamente.

   Determinare $[E_1 : \mathbb{Q}]$ (rispettivamente $[E_2 : \mathbb{Q}(\sqrt{3})]$) e scrivere una base di E_1 (rispettivamente E_2) come spazio vettoriale su $\mathbb{Q}$ (rispettivamente su $\mathbb{Q}(\sqrt{3})$).

4. Trovare il campo di spezzamento E di
$$x^3 + x^2 + 2$$
su $\mathbb{Z}_5$ e determinare $[E : \mathbb{Z}_5]$.

5. Trovare il campo di spezzamento E di
$$(x^3 + x^2 + 2)(x^3 + x + 2)$$
su $\mathbb{Z}_5$ e determinare $[E : \mathbb{Z}_5]$.

6. Scrivere esplicitamente gli omomorfismi iniettivi di $\mathbb{Q}(\sqrt{2})$ in $\mathbb{C}$ ed estendere ognuno di essi in tutti i modi possibili a un omomorfismo di $\mathbb{Q}(\sqrt{2}, \sqrt[4]{2})$ in $\mathbb{C}$.