

# Istituzioni di Matematica II

Laurea Triennale in Chimica

Registro Didattico a.a. 2018/2019

12 giugno 2019

**Lezione 1 (26 febbraio 2019)** Introduzione al corso. Equazioni differenziali: generalità, modello di Malthus per la dinamica delle popolazioni. Equazioni differenziali del primo ordine: equazioni in forma normale; equazioni a variabili separabili; equazioni differenziali lineari omogenee.

**Lezione 2 (1 marzo 2019)** Correzione di alcuni esercizi. Equazioni differenziali del primo ordine lineari non omogenee: metodo di variazione della costante per la ricerca di una soluzione particolare. Esempi ed esercizi.

**Lezione 3 (5 marzo 2019)** Correzione di alcuni esercizi. Formula per l'integrale generale di una equazione lineare del primo ordine. Equazioni differenziali del secondo ordine lineari: teorema di esistenza e unicità per il problema di Cauchy; equazioni omogenee a coefficienti costanti.

**Lezione 4 (8 marzo 2019)** Equazioni differenziali del secondo ordine lineari a coefficienti costanti omogenee: l'insieme delle soluzioni è uno spazio vettoriale di dimensione 2; cosa vuol dire che due funzioni sono linearmente indipendenti. Ricerca di soluzioni della forma  $e^{\lambda t}$  e radici del polinomio caratteristico  $P(\lambda)$ : caso di due radici reali distinte; caso di due radici reali coincidenti; caso di due radici complesse distinte. Esercizi.

**Lezione 5 (12 marzo 2019)** Risoluzione di alcuni esercizi. Equazioni differenziali del secondo ordine lineari a coefficienti costanti non omogenee: ricerca di una soluzione particolare tramite il metodo di somiglianza. Termine noto della forma  $f(t) = e^{\mu t}Q(t)$  con  $\mu \in \mathbb{R}$  e  $Q(t)$  polinomio in  $t$ : caso di risonanza e di non risonanza.

**Lezione 6 (15 marzo 2019)** Equazioni differenziali del secondo ordine lineari a coefficienti costanti non omogenee: ricerca di una soluzione particolare tramite il metodo di somiglianza. Termine noto della forma  $f(t) = Q(t)$  con  $Q$  polinomio in  $t$ : caso di risonanza e di non risonanza. Termine noto della forma  $f(t) = e^{\alpha t}(k_1 \cos(\beta t) + k_2 \sin(\beta t))$ : caso di risonanza e di non risonanza. Esercizi.

**Lezione 7 (19 marzo 2019)** Punti e vettori nel piano e nello spazio. Modulo di un vettore, somma di vettori e moltiplicazione di un vettore per uno scalare. Vettori linearmente indipendenti, sottospazio vettoriale, base di un sottospazio vettoriale e sua dimensione. Prodotto scalare di vettori, ortogonalità. Proprietà del prodotto scalare e della norma.

**Lezione 8 (22 marzo 2019)** Una collezione di vettori a due a due ortogonali sono sempre linearmente indipendenti. Matrici e applicazione alla risoluzione dei sistemi lineari. Operazioni tra matrici: somma, prodotto per scalare. Prodotto tra matrici: definizione ed esempi. Il prodotto tra matrici non è commutativo: esempi. Proprietà del prodotto tra matrici: proprietà associativa e distributiva rispetto alla somma. Matrice identità.

**Lezione 9 (26 marzo 2019)** Trasposta di una matrice. Matrici simmetriche e antisimmetriche. Determinanti di matrici quadrate: regola di Laplace per il calcolo del determinante, proprietà del determinante.

**Lezione 10 (29 marzo 2019)** Rango di una matrice: definizione ed esempi. Proposizione di Kronecker. Relazione tra rango di una matrice e righe o colonne linearmente indipendenti. Definizione di matrice inversa e invertibile. Teorema: condizione necessaria e sufficiente perché una matrice sia invertibile.

**Lezione 11 (2 aprile 2019)** Prodotto di matrici invertibili e inversa del prodotto. Sistemi lineari di  $m$  equazioni in  $n$  incognite. Caso  $m = n$ : Teorema di Cramer e calcolo della soluzione del sistema tramite la matrice inversa. Caso generale: Teorema di Rouché-Capelli e calcolo dell'infinità delle soluzioni. Esercizi ed esempi. Schema risolutivo per sistemi lineari usando il Teorema di Rouché-Capelli.

**Lezione 12 (5 aprile 2019)** Esercizi su sistemi lineari e sistemi lineari dipendenti da un parametro.

**Lezione 13 (9 aprile 2019)** Esercizi su sistemi lineari dipendenti da un parametro. Esistenza/nonesistenza di soluzioni non banali del sistema  $n \times n$   $Ax = 0$ . Definizione di applicazione lineare  $L : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ ; applicazione lineare iniettiva, suriettiva e biiettiva; definizione di nucleo e immagine di una applicazione lineare. Applicazioni lineari associate a matrici  $m \times n$ . Caso  $m = n$ : una matrice  $n \times n$   $A$  è iniettiva se e solo se  $\det(A) \neq 0$ ;  $A$  è iniettiva se e solo se è suriettiva. Autovalori ed autovettori di una matrice  $n \times n$ . Ricerca di autovalori e autovettori: esempi.

**Lezione 14 (12 aprile 2019)** Distanza in  $\mathbb{R}^2$  ed  $\mathbb{R}^3$ . Dominio di una funzione di più variabili. Punti interni, esterni, di frontiera, di accumulazione per un insieme. Limiti e continuità per funzioni di due e tre variabili.

**Lezione 15 (16 aprile 2019)** Derivate parziali e regole di derivazione. Esempi. Gradiente di una funzione di due variabili e piano tangente. Derivate direzionali.

**Lezione 16 (30 aprile 2019)** Derivate successive, Teorema di Schwartz, matrice Hessiana. Massimi e minimi locali e globali e Teorema di Fermat per funzioni di più variabili. Definizione di punto stazionario o critico. Esercizi ed esempi.

**Lezione 17 (3 maggio 2019)** Primo esonero.

**Lezione 18 (7 maggio 2019)** Correzione di alcuni esercizi dell'esonero. Funzioni vettoriali, continuità, derivabilità, matrice Jacobiana. Esempi di curve nel piano e nello spazio. Vettore e versore tangente a una curva. Definizione di curva regolare.

**Lezione 19 (10 maggio 2019)** Esempi di curve non regolari e punti angolosi. Rappresentazione parametrica di grafici di funzioni di una variabile. Lunghezza di una curva: lunghezza di un segmento, di una spezzata, di una curva generica. Calcolo della lunghezza di alcune curve.

**Lezione 20 (14 maggio 2019)** Rappresentazione parametrica di una curva in coordinate polari. Lunghezza di una curva in coordinate polari. Esempi di curve

in coordinate polari: spirale di Archimede, cardioide. Integrali di linea (di prima specie). Esempi. Riparametrizzazioni e curve equivalenti.

**Lezione 21 (17 maggio 2019)** Campi vettoriali da  $\mathbb{R}^n$  a  $\mathbb{R}^n$ . Esempi in dimensione 2 e 3. Linea integrale di un campo. Campi conservativi. Condizione necessaria perché un campo sia conservativo. Rotore di un campo vettoriale da  $\mathbb{R}^3$  a  $\mathbb{R}^3$  e da  $\mathbb{R}^2$  a  $\mathbb{R}^2$ .

**Lezione 22 (21 maggio 2019)** Calcolo della lunghezza di un arco di cicloide e della cardioide. Ricerca di un potenziale per campi irrotazionali: svolgimento di alcuni esercizi. Esempio di campo irrotazionale ma non conservativo.

**Lezione 23 (24 maggio 2019)** Svolgimento di alcuni esercizi su campi vettoriali. Definizione di aperto connesso e semplicemente connesso. Teorema: un campo irrotazionale in un dominio semplicemente connesso è conservativo (i.e. ammette potenziale).

**Lezione 24 (28 maggio 2019)** Svolgimento di alcuni esercizi su campi vettoriali. Lavoro di un campo vettoriale lungo una curva: definizione ed esempi. Lavoro di un campo vettoriale lungo una curva: teorema ed esempi.

**Lezione 25 (31 maggio 2019)** Svolgimento di alcuni esercizi su campi vettoriali. Integrazione di funzioni di più variabili. Integrali doppi su rettangoli. Esempi ed esercizi.

**Lezione 26 (4 giugno 2019)** Svolgimento di alcuni esercizi su integrali doppi su rettangoli. Proprietà dell'integrale: linearità, monotonia, additività rispetto al dominio di integrazione. Teorema di Fubini–Tonelli. Integrali doppi su domini normali. Svolgimento di alcuni esercizi.

**Lezione 27 (7 giugno 2019)** Svolgimento di alcuni esercizi su integrali doppi su domini normali. Formula di cambio di variabili per integrali doppi. Caso particolare: passaggio da coordinate cartesiane a coordinate polari. Esempi ed esercizi.

**Lezione 28 (11 giugno 2019)** Svolgimento di alcuni esercizi su integrali doppi tramite cambio di variabili (passaggio a coordinate polari). Integrali tripli su parallelepipedi. Integrali doppi generalizzati: integrali su domini illimitati. Esempi ed esercizi.

**Lezione 29 (12 giugno 2019)** Svolgimento di alcuni esercizi di preparazione all'esonero.

**Lezione 30 (14 giugno 2019)** Seconda prova di esonero.